

Positionsbestimmung mittels Sextant

Projektpraktikumsgruppe 5:

Andreas Schwabe
Carolin Rödel
Christiane Wagner
Friedrich Heberlein
Sebastian Bauerschmidt
Tobias Bierlein

Tutor: Holger Rupp

9. März 2006

Inhaltsverzeichnis

1	Motivation	3
2	Theoretischer Teil	3
2.1	Grundbegriffe	3
2.2	Sextant	5
2.2.1	Entwicklung	5
2.2.2	Aufbau	5
2.2.3	Winkelmessung und Strahlengang	6
2.3	Korrekturwerte	6
2.4	Positionsbestimmung durch die Mittagsmethode	7
2.5	Nachteile der Mittagsmethode	9
3	Bau des Sextanten	9
3.1	Mechanischer Aufbau	9
3.2	Skala	10
3.3	Eichung	11
4	Messungen	11
4.1	Messung am 12.12.2005	12
4.2	Messung am 09.01.2006	13
4.3	Messung am 13.01.2006	14
4.4	Anpeilung des Polarsterns	14
5	Auswertung	15
5.1	Berechnung unseres Längengrads mit der Mittagsmethode	15
5.2	Bestimmung des Breitengrades mit der Mittagsmethode	15
5.3	Vergleich zu Theoriewerten	16
5.4	Fehlerdiskussion	16
5.4.1	Fehler bei der Längengradbestimmung	16
5.4.2	Fehler bei der Breitengradbestimmung	16
6	Zusammenfassung	17

1 Motivation

Wer kennt das nicht: Man befindet sich irgendwo im tiefsten Busch, hat aber leider kein GPS zur Hand und weiß einfach nicht wo man sich genau befindet. Was liegt da näher als aus ein paar herumliegenden Ästen, ein paar Glasscherben und einer improvisierten Gradskala einen Sextanten zusammenzubasteln um damit wieder auf den richtigen Weg zu finden.

Wenn Sie dieser romantischen Vorstellung Glauben schenken, müssen wir Sie mit diesem Protokoll allerdings enttäuschen. Auch wenn der Sextant ein sehr einfach funktionierendes Winkelmeßgerät ist, müssen wir für die Auswertung unserer Ergebnisse und die tatsächliche Bestimmung unserer Position auf Vorkenntnisse zurückgreifen für die Wissenschaftler Jahrhunderte benötigt haben.

Der Sonnenstand war lange Zeit die einzige Möglichkeit tagsüber den eigenen Standort festzustellen. Dass das gar nicht ohne Risiken für die Navigatoren war, zeigen uns zahlreiche Bilder von Seefahrern mit Augenklappe.

2 Theoretischer Teil

2.1 Grundbegriffe

Die **Meridianebene** eines Beobachtungspunktes auf der Erde ist die Ebene, die durch die senkrecht auf der Erdoberfläche stehende Gerade (Lotrichtung) und die Erdachse festgelegt wird [2].

Als **Kulmination** wird der Höchst- oder Tiefststand eines Gestirns bezeichnet. Bei der Sonne nennt man den Zeitpunkt des Durchgangs durch die Meridianebene am Tag obere Kulmination, den Zeitpunkt des Durchgangs durch die Meridianebene in der Nacht untere Kulmination[3].

Ein **Sonntag** beginnt und endet in der Nacht mit dem Durchgang durch den unteren Kulminationspunkt. Sonnentage sind nicht gleich lang, dies liegt daran, dass sich die Erde nicht nur um sich selbst sondern auch um die Sonne dreht. Somit dreht sich die Erde in einem Jahr insgesamt 366 mal um sich selbst. Für eine Drehung um die eigene Achse benötigt die Erde 23 h und 56 min (sog. Siderischer Tag). Durchschnittlich muss sich die Erde um einen Sonntag zu beenden dann aber noch $\frac{360}{365}^\circ$ drehen. Da die Erde nun aber keine Kreis- sondern eine Ellipsenbahn um die Sonne durchläuft sind die Sonnentage nicht gleich lang.

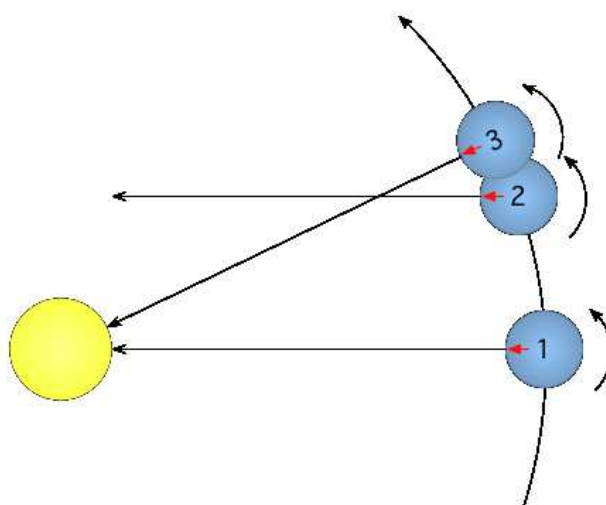


Abbildung 1: Unterschied zwischen dem Siderischen und dem Sonntag [4]

Die mittlere Länge eines Sonnentages (auf ein Jahr bezogen) beträgt die vertrauten 24 h.

Die **Ekliptik** ist ein Großkreis am Himmel, der die scheinbare Bahn der Sonne darstellt. Die Erdrotationsachse ist um $23,44^\circ$ gegenüber der Kreisscheibe der Ekliptik geneigt. Betrachtet man den Winkel zwischen der Erdachse und der Geraden, die durch die Mit-

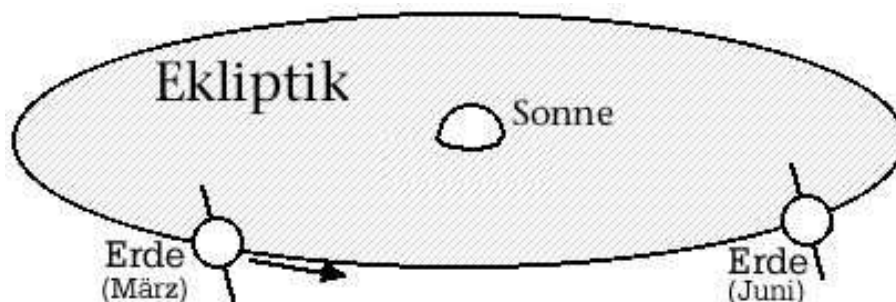


Abbildung 2: Die Ekliptik [5]

telpunkte von Erde und Sonne definiert ist, stellt man fest, dass dieser je nach Jahreszeit Werte zwischen $23,44^\circ$ und $-23,44^\circ$ annimmt. Dieser Neigungswinkel der Erde ist für die unterschiedlichen Sonneneinstrahlstärke in Sommer und Winter verantwortlich. Oft wird er auch als **Deklination** bezeichnet. Anschaulich gibt die Deklination den Breitengrad der Erde an an dem die Sonne exakt im Zenit steht. Für vier Tage im Jahr kann man die Deklination sofort angeben.

22. Dez:	$\delta_{Deklination}$	=	$- 23,44^\circ$	(Sonne steht am südlichen Wendekreis im Zenit)
21. Mrz:	$\delta_{Deklination}$	=	0°	(Sonne steht am Äquator im Zenit)
21. Jun:	$\delta_{Deklination}$	=	$+ 23,44^\circ$	(Sonne steht am nördlichen Wendekreis im Zenit)
23. Sep:	$\delta_{Deklination}$	=	0°	(Sonne steht am Äquator im Zenit)

Die Deklination ist von entscheidender Bedeutung für die Breitengradbestimmung (Verfahren siehe unten), genauso wie die Kenntnis über die Länge der Sonnentage für die Längengradbestimmung.

Um etwa in der Seefahrt navigieren zu können werden diese Werte Jahr für Jahr im sogenannten **nautischen Jahrbuch** tabelliert. Im Anhang ist beispielhaft der Eintrag des nautischen Jahrbuches vom 18.1.2006 abgebildet [1]. Die linke Spalte UT1 gibt die Uhrzeit an (entspricht bis auf die Schaltsekunde der UTC). Die mittlere Spalte ist für die Längengradbestimmung von Bedeutung. Sie gibt an auf welchem Längengrad der Erde zu dem entsprechenden Zeitpunkt die Sonne gerade ihren Höchststand erreicht hat. Dieser Winkel wird als **Ortsstundenwinkel (Gr_t)** bezeichnet. Der Längengrad von Greenwich ist 0° . Die rechte Spalte gibt die oben erklärte **Deklination** an. Wie zu erwarten ändert sich die Deklination im Laufe eines Tages nur sehr wenig.

2.2 Sextant

2.2.1 Entwicklung

Der Sextant wurde ca. 1730 gleichzeitig und unabhängig von zwei Wissenschaftlern aus dem Jakobstab und Astrolabium weiterentwickelt. Seinen Namen bekam er von seiner Winkelskala, die 60° umfasst, also ein Sechstel des Kreises. Analog gibt es auch noch den Oktant, der aber nur kleinere Winkel messen kann und deshalb nicht so gut geeignet ist. Der Nutzen für die Seefahrt, Luftfahrt und für Expeditionen war enorm und der Sextant brachte auch Fortschritte in der Astronomie und Landvermessung.

2.2.2 Aufbau

Der Aufbau des Sextanten ist einfach aber überzeugend: Er besteht aus einem Indexspiegel, Horizontspiegel, Blickrohr, Zeigerarm (Alhidade) und einer Skala (siehe Zeichnung).

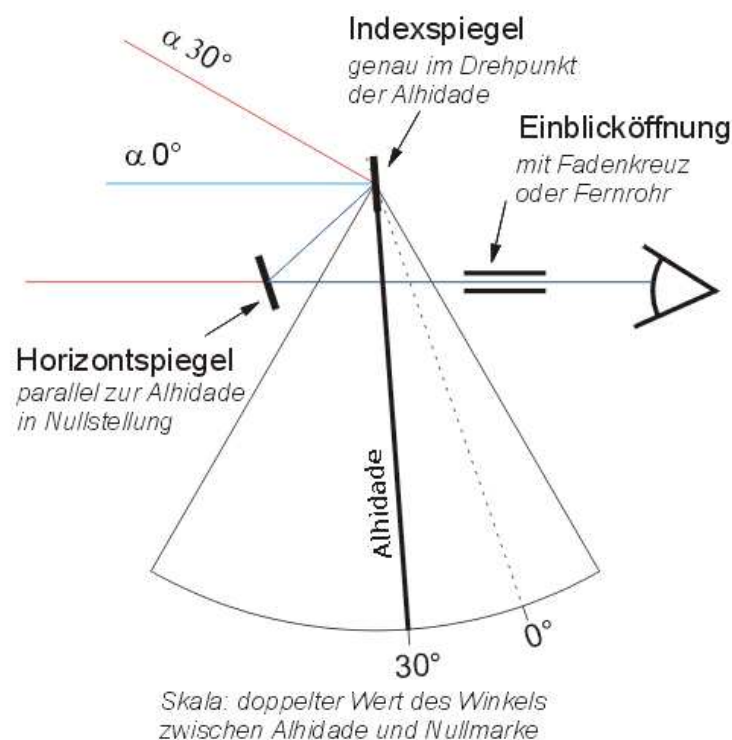


Abbildung 3: Theoretischer Aufbau eines Sextanten

Der Indexspiegel ist fest und parallel auf dem Drehpunkt des Zeigers (Alhidade) montiert, mit dessen Hilfe man am Gradbogen die genaue Winkeleinstellung ablesen kann. Ein feststehender Spiegel (Horizontspiegel) ist auf gleicher Höhe mit der Einblicköffnung angebracht. Es hat sich in der Anwendung als Praktisch herausgestellt diesen Spiegel entweder halbdurchlässig (Vollspiegel) oder nur die eine Seite zu verspiegeln, die andere dagegen durchsichtig (Halbspiegel) zu machen. In beiden Fällen können in diesem Spiegel zwei Bilder, ein direktes und ein gespiegeltes, betrachtet werden. Dies dient dazu, bei der Winkelmessung gleichzeitig den Horizont und das angepeilte Gestirn im Blickfeld zu haben.

Dies ist jedoch nicht notwendig, wenn der Sextant absolut waagrecht aufgestellt ist, da so die Blickrichtung immer Horizontal verläuft.

Es hat sich außerdem bei den Messungen mit Sonnenlicht die Notwendigkeit ergeben, einen dunklen Filter zwischen Horizontspiegel und Indexspiegel einzubauen, da sonst das Auge geschädigt wird.

2.2.3 Winkelmessung und Strahlengang

Die Winkelmessung lässt sich auf folgende Weise durchführen:

Zuerst muss der Sextant in absolut waagerechter Lage so aufgestellt werden, dass man durch die Einblicköffnung genau waagrecht blicken kann, also in Richtung des Horizonts und natürlich in die Richtung des angepeilten Gestirns. Der Horizontspiegel ist genau auf dieser Horizontebene angebracht und zwar so gekippt, dass er einen vom Indexspiegel kommenden Lichtstrahl in Richtung des Blickrohrs weiterleitet. Durch Kippen des Indexspiegels kann nun das Gestirn angepeilt werden. Dessen Licht fällt dann genau so auf den Indexspiegel, dass dieser exakt die Mitte des Horizontspiegels trifft und dann das Licht durch das Peilrohr ins Auge des Betrachters spiegelt. Wegen des Spiegelgesetzes Einfallswinkel = Reflexionswinkel ist der Einfallswinkel doppelt so groß wie der Schwenkwinkel der Alhidade. Auf der Skala wird deshalb der jeweils doppelte Wert angebracht. Deshalb genügt auch ein 60° großer Gradbogen für einen Messbereich von 120° .

2.3 Korrekturwerte

Atmosphärische Brechung

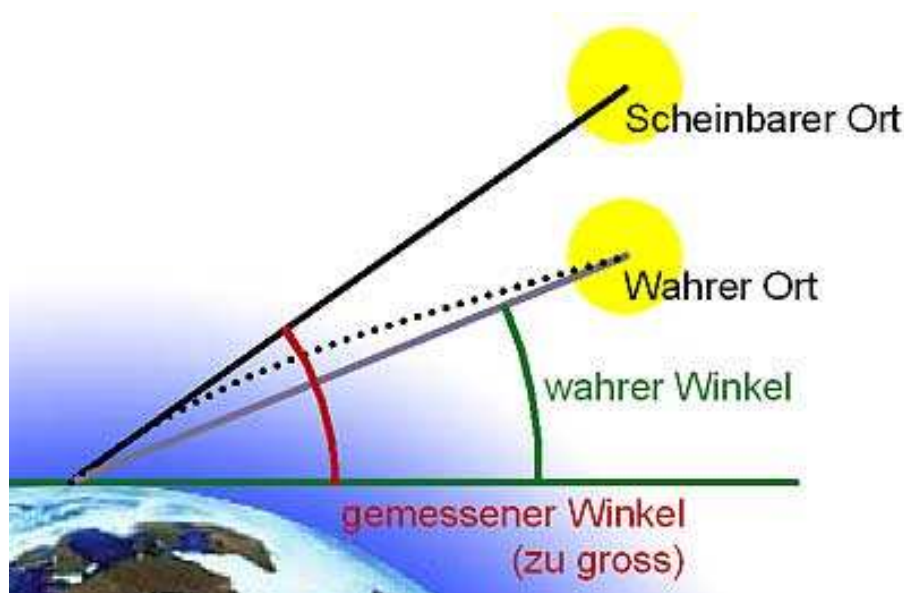


Abbildung 4: Fehler durch Atmosphärische Brechung

Der atmosphärische Druck nimmt von der Erdoberfläche aus kontinuierlich ab. Dadurch verändert sich der Brechungsindex, weshalb das auf die Erde einfallende Licht eine stetige Brechung erfährt. Deshalb nehmen wir den Sonnenstand höher wahr, als er in Wirklichkeit ist (siehe Abbildung 4). Dies macht sich besonders im Winter bei niedrigen Sonnenständen, bei dem das Licht extrem flach in die Atmosphäre einfällt, bemerkbar.

Standhöhe

Generell wird bei der Messung mit einem Sextanten der Horizont angepeilt. Bei einer Standhöhe von 0 m NN (Normalnull) entspricht der gemessene Sonnenstand (Winkel zwischen Sonne und Horizont) dem tatsächlichen Winkel zur Erdoberfläche. Befindet man sich an einem Messpunkt über 0 m NN liegt der Horizont unterhalb der horizontalen Beobachtungsebene, wodurch sich der gemessene Winkel vergrößert. Dieses Problem tritt allerdings bei unserem Sextanten nicht auf, da der Horizont nicht direkt angepeilt wird (siehe Bau 3.1).

Korrekturwerte

Die beiden genannten Probleme sind nicht vernachlässigbar, deshalb wurde gerade für die Seefahrt eine Korrekturtabelle erstellt, um die Fehler auszugleichen (siehe Abbildung 5, Vollständige Tabelle im Anhang). Wie im Auswertungsteil noch genauer geschildert wird, können wir bei unseren Messungen immer von einer Augeshöhe von 0 m ausgehen, da wir nicht den Horizont anpeilen, sondern unsere Wasserwaagen zum Ausrichten verwenden (siehe Bau des Sextanten). In dieser Tabelle ist weiterhin ein zusätzlicher Wert von 16,2' addiert, da normalerweise der Sonnenunterrand angepeilt wird (Öffnungswinkel der Sonne ist ca. 32,4'). Dieser Wert ist von uns noch abzuziehen, da wir den Sonnenmittelpunkt angepeilt haben.

Kimm- abstand in Grad	Augeshöhe in Meter														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	
°	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'	
3	1.9	0.0	-0.7	-1.3	-1.8	-2.3	-2.7	-3.0	-3.4	-3.7	-4.0	-4.5	-5.1	-5.5	
3.5	3.2	1.3	0.6	0.0	-0.5	-1.0	-1.3	-1.7	-2.1	-2.4	-2.7	-3.2	-3.7	-4.2	
4	4.3	2.5	1.7	1.2	0.7	0.2	-0.2	-0.5	-0.9	-1.2	-1.5	-2.0	-2.6	-3.0	
4.5	5.4	3.5	2.8	2.2	1.7	1.3	0.9	0.5	0.2	-0.2	-0.4	-1.0	-1.5	-2.0	
5	6.2	4.4	3.6	3.1	2.6	2.1	1.8	1.4	1.1	0.7	0.5	-0.1	-0.6	-1.1	
5.5	7.0	5.2	4.4	3.8	3.4	2.9	2.5	2.2	1.8	1.5	1.2	0.7	0.2	-0.3	
6	7.7	5.8	5.1	4.5	4.0	3.6	3.2	2.9	2.5	2.2	1.9	1.4	0.9	0.4	
6.5	8.2	6.4	5.7	5.1	4.6	4.2	3.8	3.4	3.1	2.8	2.5	2.0	1.5	1.0	
7	8.8	6.9	6.2	5.6	5.1	4.7	4.3	4.0	3.6	3.3	3.0	2.5	2.0	1.5	

Abbildung 5: Korrekturtabelle für gemessene Winkel (Standhöhe und Atmosphärische Brechung)

2.4 Positionsbestimmung durch die Mittagmethode

Eine einfache Möglichkeit der Positionsbestimmung ist die Mittagmethode, bei der man den Sonnenhöchststand und dessen Zeitpunkt bestimmen muss.

Längengrad

Den Längengrad bestimmt man durch die Zeitdifferenz zwischen dem Sonnenhöchststand in Greenwich und dem an der eigenen Position. Man geht bei der Berechnung prinzipiell davon aus, dass in Greenwich 0° der Sonnenhöchststand um 12:00 Uhr UTC ist. Allerdings

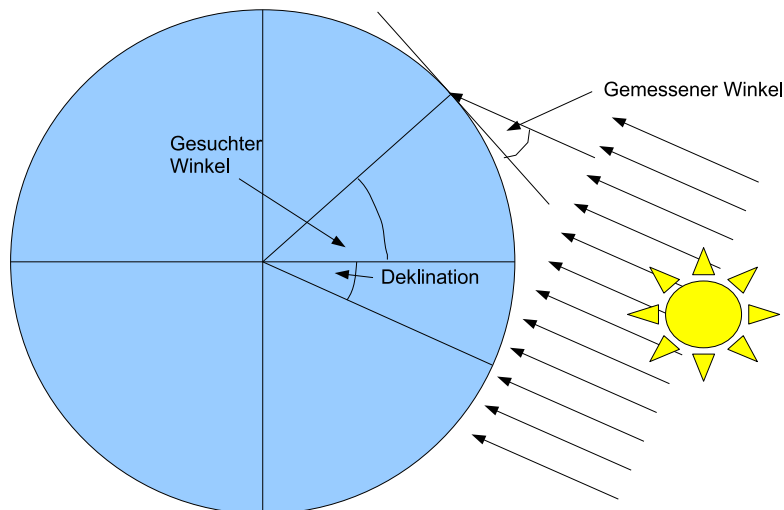


Abbildung 6: Breitengradbestimmung

ist das nicht ganz richtig, da die Sonnentage nicht exakt 24 Stunden haben (siehe Kap. 2.1). Den Korrekturfaktor für den genauen Sonnenhöchststand in Greenwich kann man im nautischen Jahrbuch (siehe Kap. 2.1, [1]) nachschlagen.

Um den Längengrad genau zu berechnen, muss man den exakten Zeitpunkt des Mittagshöchststandes des eigenen Standpunktes bestimmen und ihn in UTC angeben. Da die Sonnenbahn am Höchststand sehr flach ist, ist es schwer das exakte Maximum und damit die genaue Uhrzeit festzustellen. Deswegen misst man einige Zeit vor dem Sonnenhöchststand den Winkel zwischen Sonne und Horizont, merkt sich die Uhrzeit und wartet, bis die Sonne am Nachmittag wieder den gleichen Winkel mit dem Horizont einschließt und merkt sich auch hier die Uhrzeit. Der Mittelwert dieser beiden Uhrzeiten ist der Sonnenhöchststand in UTC.

Nun liest man aus dem nautischen Jahrbuch den Ortsstundenwinkel (Grt) der letzten vollen Stunde ab und multipliziert die Differenz zwischen Uhrzeit beim eigenen Sonnenhöchststand und der letzten vollen Stunde mit dem Faktor $0,25^\circ/\text{min}^1$. Der Ortsstundenwinkel addiert mit dem gerade errechneten Wert ergibt den Längengrad. Werte über 180° müssen noch von 360° abgezogen werden, da Längengrade nie mit mehr als mit 180° notiert werden. Sie werden dann als östliche Länge (Winkel die größer waren als 360°) oder westliche Länge bezeichnet.

Breitengrad

Um den Breitengrad zu bestimmen muss man den Winkel des Sonnenhöchststandes (β_h) feststellen. Dazu nimmt man zur ungefähren Mittagszeit eine Kurve von Werten auf und bestimmt deren Maximum. Wir gehen davon aus, dass wir wissen, ob wir uns auf der Nord- oder Südhalbkugel befinden. Den gemessenen Winkel muss man von 90° abziehen und dann muss noch die Deklination δ hinzugezählt oder abgezogen werden, je nachdem ob man sich

¹Die Erde dreht sich am Tag um 360° . Das bedeutet $0,25^\circ$ pro Minute. Dabei wird vernachlässigt, dass sich die Erde nicht exakt um 360° Grad in 24 Stunden dreht

im Sommer oder Winter, auf der Nord- oder Südhalbkugel befindet. Dieses Vorzeichen der Deklination (Vorzeichen wird als σ bezeichnet) kann man aus folgender Tabelle auslesen. Mit Winter bzw. Sommer ist dabei immer der kalendarische Winter bzw. Sommer auf der Nordhalbkugel gemeint.

Vorzeichen σ	Nordhalbkugel	Südhalbkugel
Winter	-	+
Sommer	+	-

Formel zur Berechnung des Breitengrades α :

$$\alpha = 90^\circ - \beta_h + \sigma\delta$$

2.5 Nachteile der Mittagsmethode

Der größte Nachteil der Mittagsmethoden im allgemeinen ist, dass man zu drei Zeiten einen wolkenfreien Himmel (zumindest Blick zur Sonne) benötigt. Einer davon ist frei wählbar, die anderen beiden aber sind abhängig vom Sonnenhöchststand (Breitengradbestimmung) oder von der ersten Messung (da gleicher Winkel erreicht werden muss). Aus diesem Grunde werden bzw. wurden sie in der Seefahrt nicht eingesetzt.

Es wurde stattdessen eine allgemeine Methode verwendet, bei der man einfach zwei Winkelwerte mit der jeweiligen Uhrzeit benötigt und diese werden in einem komplizierteren Verfahren in eine Seekarte eingezeichnet. Dazu muss man allerdings seine Position ungefähr kennen.

3 Bau des Sextanten

3.1 Mechanischer Aufbau

Um eine solide Konstruktion unseres Sextanten zu erhalten, haben wir beschlossen den Sextanten komplett aus Aluminium aufzubauen. Als Grundplatte verwendet wird eine 300 x 400 x 3 mm große Aluminiumplatte. Für die Alhidade verwendet wird eine 395 x 40 x 1,5 mm großes Aluminiumblech. Die Grundplatte wurde in Abstand von 30 mm von Oberkante mittig mit einer Bohrung von 4 mm versehen. Die Alhidade wurde von der Unterkante in einem Abstand von 335 mm ebenfalls mit einer 4 mm Bohrung versehen. Die Unterkante wurde mit einem Radius 335 mm abgerundet. Danach wurde die Alhidade an der Grundplatte mit einer M4-Schraube und einer Flügelmutter drehbar befestigt, so dass nun die Alhidade bei der Drehung einen Kreis von 335 mm durchläuft. Aus der Breite unserer Metallplatte lässt sich ein Winkelbereich für die Alhidade von ca. 55° erreichen, was einem tatsächlichen maximalen Messbereich von 0° bis 110° entspricht.

Alle weiteren Aufbauten wurden durch L-Profile (30 x 30 mm) realisiert. Als Index- und Horizontspiegel



Abbildung 7: Unser fertiger Sextant

dienten uns ausgebaute Spiegel aus einem Flachbettscanner, da diese eine direkt auf der Oberfläche verspiegelte Seite besitzen. Mit herkömmlichen Spiegeln würde sich aufgrund der Doppelbrechung an der Spiegelfläche und dem darüberliegenden Glas ein zusätzlicher Fehler ergeben, der mit unseren Spiegel gänzlich vermieden wird.

Die etwa 55 x 20 mm großen Spiegelstücken wurden mit doppelseitigem Klebeband auf die Innenseite eines Schenkels der L-Profile geklebt.

Der Indexspiegel wurde so an die Alhidade geschraubt, dass die Drehachse der Alhidade in der Spiegelebene liegt. So wurde gewährleistet, dass der angepeilte Spiegelpunkt unverändert bleibt.

Der Horizontspiegel wurde gemäß des in der Theorie beschriebenen Strahlengangs an der Grundplatte befestigt. Zwischen Horizontspiegel und Indexspiegel wurde mit Hilfe eines weiteren L-Profils ein Sonnenfilter aus einem Teleskop eingebaut, um die Sonne direkt ohne weitere Abbildungsoptiken beobachten zu können.

Die Einblicköffnung wurde durch ein Rohr, welches mit einem L-Profil an der Grundplatte angebracht wurde, realisiert. Um die Öffnung des Rohres dem scheinbaren Durchmesser der Sonne anzupassen wurde in das Rohr (Innendurchmesser 6 mm) ein weiteres kleineres Rohr (Innendurchmesser 4 mm) geschoben. Die Grundplatte haben wir dann mit einem weiteren L-Profil senkrecht auf eine runde Platte (Durchmesser 300 mm) geschraubt, auf der wir zwei senkrecht aufeinander ausgerichtete Wasserwaagenlibellen mit Klebeband befestigt haben, um damit den Sextant horizontal ausrichten zu können.

In die runde Platte wurde vorher in der Mitte ein Loch gebohrt, um die Platte auf einem Photostativ drehbar zu befestigen, so dass mit einmaliger waagerechter Ausrichtung des Statives der Sonnenverlauf verfolgt werden konnte.

3.2 Skala

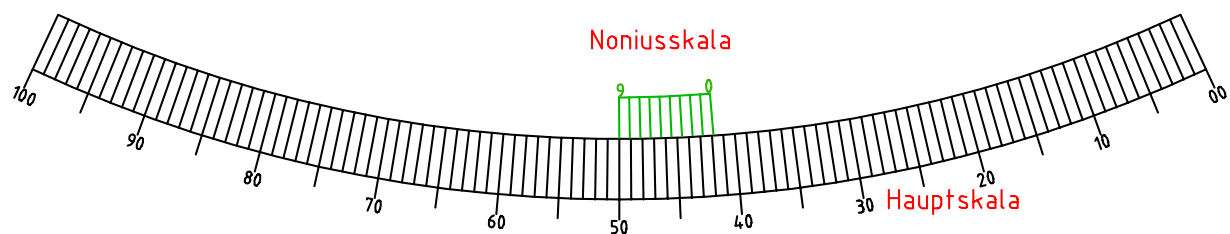


Abbildung 8: Hauptskala mit Noniusskala

Die Skala für den Sextanten wurde mit Hilfe eines CAD Programms erstellt. Dabei wurde für den verfügbaren Winkelbereich von ca. 50° eine Skala mit doppeltem Winkel (siehe Theorie) von 0° bis 100° erstellt (Abbildung 3.2).

Um die dadurch gegebene Ablesegenauigkeit von 1° zu erhöhen wurde auf die Alhidade eine Noniusskala angebracht, mit der man eine Genauigkeit von 0,1° erreichen kann.

Noniusskala

Das Prinzip der Noniusskala beruht darauf, dass zwei verschiedene Skalen aneinander vorbeigleiten. Die Einteilungen auf der Noniusskala sind dabei gerade 0,9 mal so groß wie die der Hauptskala, d.h. neun Skalenteile der Noniusskala entsprechen zehn Teilen der Hauptskala. Somit ist sichergestellt, dass immer ein Strich der Noniusskala mit einem der Striche

der Hauptskala ungefähr zur Deckung kommt. Der zur Deckung kommende Noniusstrich zeigt die Nachkommastelle an. Der Strich auf der Hauptskala, der vor dem nullten Strich der Noniussskala liegt, ergibt den Wert vor dem Komma. Es muss nur darauf geachtet werden, dass senkrecht auf die Skalen geblickt wird, um Parallaxenfehler zu vermeiden.

3.3 Eichung

Um die Skala und deren Nullpunkt richtig anzubringen musste der Sextant geeicht werden.

Erste Eichung

Für die erste Eichung verwendeten wir eine Mikroskopbeleuchtung die wir in etwa 20 Metern Entfernung vom Sextanten auf Höhe des Indexspiegels aufgestellt haben. Die Eichung führten wir in einem Gang des Projektpraktikums durch, von dem wir annahmen, dass er waagrecht verläuft. Der Sextant wurde mit Hilfe der angebrachten Libellen waagrecht ausgerichtet. Die Alhidade wurde nun soweit bewegt, bis die Lampe mittig in der Einblicköffnung zu sehen war. Nun konnten wir Nonius- und Hauptskala bei Deckung der Nullpunkte auf Alhidade und Trägerplatte kleben.

Überprüfung der Eichung

Bei einer zweiten Eichung wollten wir überprüfen, ob die angezeigten Winkelwerte des Sextanten mit der Wirklichkeit korrelieren. Dazu stellten wir den Sextanten (Indexspiegel) in einem Abstand von $l = 4000$ mm zu einer Wand auf. Auf die Wand brachten wir eine Skala an, welche ab einer Höhe des Indexspiegels begann.

Höhe h_{rel} in mm	Erwarteter Winkel α in $^\circ$	Abgelesener Winkel in $^\circ$
0	0	0
1000	14,0	14,0
1500	20,6	20,5
2000	26,6	26,5

Der theoretische Winkel wurde dabei nach folgender Formel berechnet:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{h_{rel}}{l}\right)$$

h_{rel} ist dabei die Relativhöhe über dem Indexspiegel. Es zeigt sich dass die Theorie- und Messwerte gut übereinstimmen. Die hier auftretende Abweichung von $0,1^\circ$ wird von uns auch wie in Kap. 5.4 beschreiben, als Fehler angenommen.

4 Messungen

Ziel der Messung war es, den Lauf der Sonne an einem ganzen Tag zu messen. Mit den dadurch erhaltenen Messwerten war es uns möglich sämtliche Methoden zur Bestimmung der Position anzuwenden.

Für die Messungen mussten wir uns zunächst einen geeigneten Standpunkt auswählen, an dem wir mit unserem Sextanten den ganzen Tag lang ein freies Blickfeld auf die Sonne hatten. Nach kurzer Suche entschieden wir uns für das Dach der Universitätsgebäude (über

der Angewandten Physik), denn dort standen keine Bäume oder andere Gebäude im Sichtfeld. Jetzt mussten wir nur noch auf einen sonnigen Tag warten, was angesichts des ständig bewölkten Himmel während unseres Projektpraktikums lange Wartezeiten nach sich zog.

4.1 Messung am 12.12.2005

Die erste Messung haben wir kurz nach der Fertigstellung des Sextanten, direkt vor den Praktikumsräumen auf dem Treppenaufgang durchgeführt. Wegen der schon fortgeschrittenen Tageszeit und des schlechten Standpunktes war es uns hier noch nicht möglich eine volle Messung durchzuführen. Hier die Ergebnisse:

Uhrzeit	Gemessener Winkel
12:57:00	16,8
13:20:00	16,2
13:38:00	14,8
13:48:00	13,9
13:57:00	11,4
14:02:00	11,1
14:06:00	10,6
14:12:00	10,2

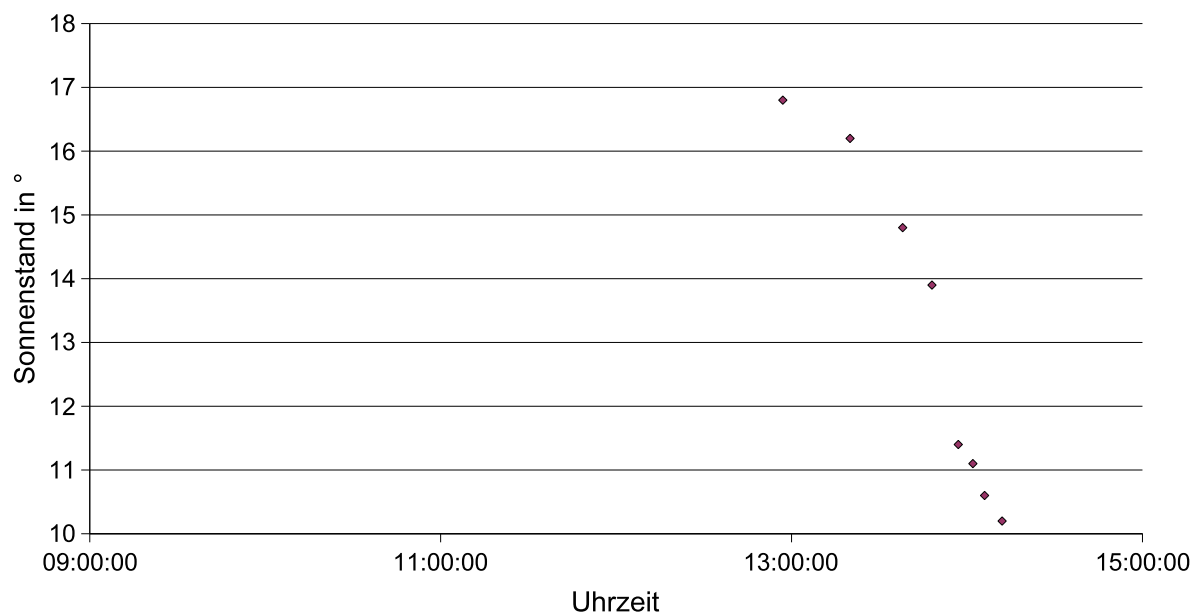


Abbildung 9: Messung 1 am 12.12.2005

4.2 Messung am 09.01.2006

Bei der zweiten Messung war die Sonne nicht immer zu sehen. Deshalb konnte keine ganze Messkurve aufgenommen werden. Nur wenn die Wolkendecke aufriss konnten wir eine Messung durchführen. Teilweise nahmen wir den Sonnenfilter heraus und peilten die Sonne durch die Wolkenschicht an, wenn sie leicht durchschimmerte.

Uhrzeit	Gemessener Winkel in $^{\circ}$
10:02:00	12,2
12:13:00	18,0
12:15:00	18,6
12:23:00	18,6
12:48:00	18,1
13:37:00	16,7
14:11:00	14,8
14:28:00	13,7

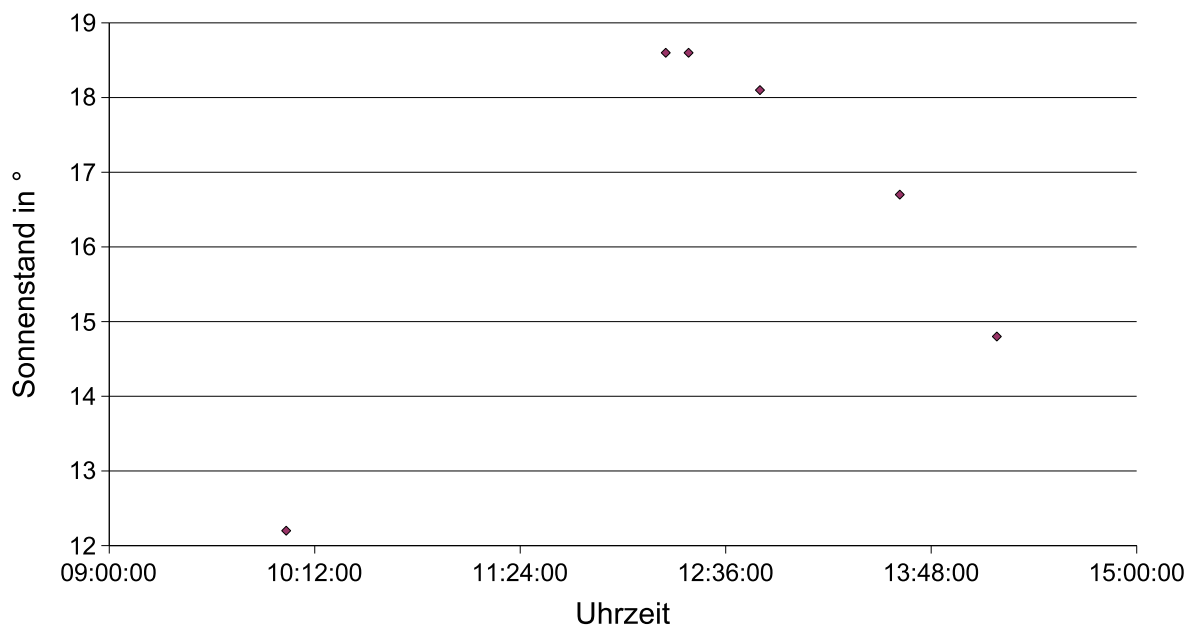


Abbildung 10: Messung 2 am 09.01.2006

4.3 Messung am 13.01.2006

Bei der dritten Messung gelang es uns erstmals eine komplette Kurve aufzunehmen, in der der Sonnenstand sowohl Vormittags, Mittags als auch Nachmittags gemessen werden konnte.

Uhrzeit	Gemessener Winkel in °	Uhrzeit	Gemessener Winkel in °
10:19:00	14,3	12:42:00	19,0
11:38:00	18,5	12:46:00	19,0
11:53:00	18,8	12:50:00	18,9
11:58:00	19,0	12:56:00	18,8
12:00:00	19,0	13:01:00	18,6
12:07:00	19,1	13:05:00	18,5
12:10:00	19,2	13:25:00	17,9
12:15:00	19,4	13:52:00	16,6
12:22:00	19,3	14:21:00	14,7
12:27:00	19,3	14:25:00	14,5
12:38:00	19,1	14:28:00	14,3

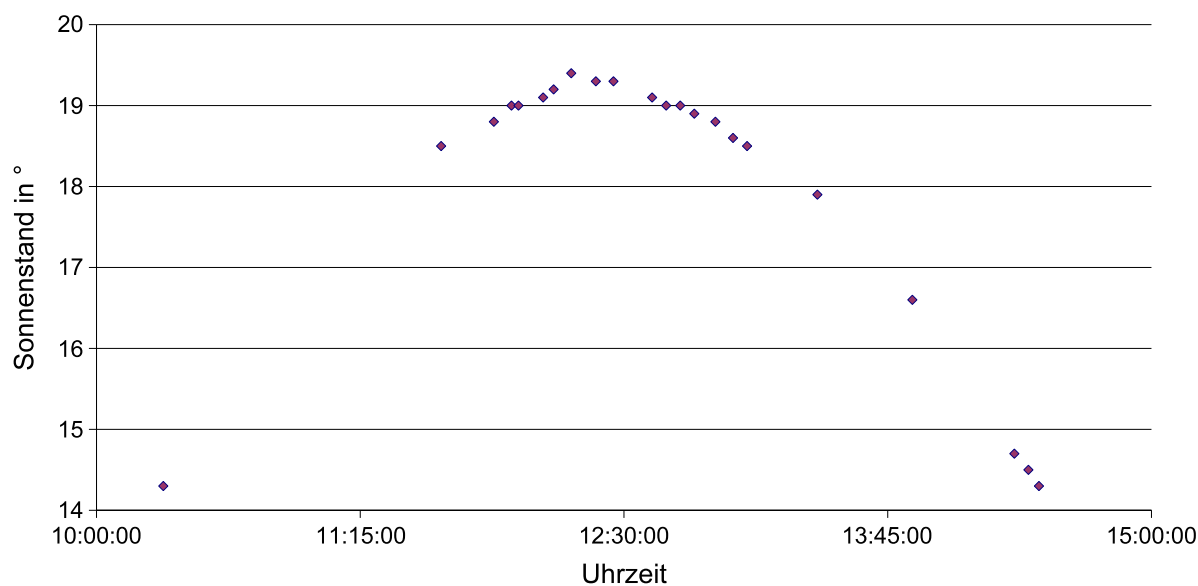


Abbildung 11: Messung 3 am 13.01.2006

4.4 Anpeilung des Polarsterns

Besonders interessant für die Breitengradbestimmung ist der Polarstern. Der Polarstern ist beinahe exakt auf der Verlängerung der Erdrotationsachse und steht somit zu jedem Zeitpunkt beinahe exakt auf der gleichen Position. Vom Nordpol aus sieht man den Polarstern in einem 90° Winkel, vom Äquator aus unter einem 0° Winkel. Befindet man sich auf der Norhalbkugel kann man den Breitengrad auf dem man sich befindet sofort aus der Position des Polarsterns ablesen.

Aus diesem Grund wollten wir den Polarstern mit unserem Sextanten anvisieren. Unsere

Apparatur scheint aber nicht dazu geeignet zu sein Sterne anzuvisieren. Trotz zweier zeit-aufwendiger nächtlicher Versuche es ist uns nicht gelungen den Polarstern durch unseren Sextanten zu sehen.

5 Auswertung

5.1 Berechnung unseres Längengrads mit der Mittagsmethode

Wie im Theorieteil beschrieben (Kap. 2.4) braucht man für eine gute Bestimmung des Längengrades jeweils einen Wert am Nachmittag und einem am Vormittag. Deshalb eignet sich zur Berechnung nur Messung drei. Messung drei haben wir extra so aufgenommen, dass wir fünf Wertepaare erhalten haben (also Vormittags- und Nachmittagsuhrzeit mit dem gleichen Sonnenwinkel) mit denen wir unabhängig voneinander den Zeitpunkt des Sonnenhöchststandes und somit den Längengrad bestimmen können (vgl. Kap. 4.3).

Erläuterung zur Tabelle:

α_{Sonne} :	Mit dem Sextant gemessener Sonnenstandswinkel
$t_{\text{vormittag}}(\text{UTC})$:	Zeitpunkt vormittags an dem α_{Sonne} erreicht wurde
$t_{\text{nachmittag}}(\text{UTC})$:	Zeitpunkt nachmittags an dem α_{Sonne} erreicht wurde
$t_{\text{höchst}}(\text{UTC})$:	Mittelwert von $t_{\text{vormittag}}$ und $t_{\text{nachmittag}}$, Zeitpunkt des Sonnenhöchststandes
Grt:	Aus dem Zeitpunkt des Sonnenhöchststandes errechneter Ortsstundenwinkel (im Endeffekt unsere Position). Zur Berechnung des Grt. haben wir den Eintrag aus dem nautischen Jahrbuch (13.1.06, 11:00:00 Uhr UTC) benutzt.
Längengrad:	360° -Grt

α_{Sonne} in $^\circ$	$t_{\text{vormittag}}(\text{UTC})$	$t_{\text{nachmittag}}(\text{UTC})$	$t_{\text{höchst}}(\text{UTC})$	Grt	Längengrad
14,3	09:19:00	13:28:00	11:23:30	348,71	11,29 Ost
18,5	10:38:00	12:05:00	11:21:30	348,21	11,79 Ost
18,8	10:53:00	11:56:00	11:24:30	348,96	11,04 Ost
19,0	10:59:00	11:44:00	11:21:00	348,09	11,92 Ost
19,1	11:07:00	11:38:00	11:22:30	348,46	11,54 Ost

Aus den fünf unabhängig voneinander ermittelten Längengradwerten ergibt sich folgender Mittelwert mit Standardabweichung:

$$\text{Längengrad}_{\text{mittel}} = 11,52^\circ \pm 0,32^\circ \text{ (Östliche Länge)}$$

5.2 Bestimmung des Breitengrades mit der Mittagsmethode

Aus der gleichen Messung vom 13.01.2006 kann man den Sonnenhöchststand bestimmen. Der höchste Winkel den wir an diesem Tag gemessen haben betrug $19,4^\circ$. In Kapitel 2.3 wurde bereits erwähnt, dass die gemessenen Werte noch mit einem Korrekturwert verrechnet werden. Da wir unseren Sextanten anhand der angeklebten Wasserwaagenlibellen und nicht am Horizont ausgerichtet haben, können wir eine Augenhöhe von 0 Metern verwenden. Deswegen müssen wir nur den Wert für die atmosphärische Brechung mit einrechnen.

Der angegebene Korrekturwert (0 m, 19°) beträgt 13,4'. Weil wir von Anfang an den Sonnenmittelpunkt anvisiert haben, ziehen wir davon noch 16,2' ab und erhalten einen entgültigen Korrekturwert von -2,8' (= -0,047°). Dieser Korrekturwert ist allerdings gering im Gegensatz zur Messauflösung von 0,1° und fließt daher nicht weiter in die Berechnung ein.

Mit der Deklination für den 13.01.2006 11:00:00 UTC aus dem Nautischen Jahrbuch von -21°27' (= -21,45°) und unserem gemessenen Winkel ergibt sich:

$$\text{Breitengrad} = 90^\circ - 21,45^\circ - 19,4^\circ = 49,15^\circ = 49^\circ 9' (\text{Nördliche Breite})$$

5.3 Vergleich zu Theoriewerten

Somit ergibt sich durch unsere Messungen eine Position von

49° 9' Nord, 11° 31' Ost

Laut der Homepage von Prof. Dr. Klaus Mecke befindet sich die Universität auf

49° 34' 50'' Nord, 11° 01' 48'' Ost

Unser gemessener Wert ist umgerechnet ca. 54 Kilometer weiter westlich und ca. 46 Kilometer weiter südlich als die tatsächliche Position.

5.4 Fehlerdiskussion

5.4.1 Fehler bei der Längengradbestimmung

Berechnet man aus der Abweichung des Längengrades von 30' die Zeit, um die wir uns bei der Bestimmung des Sonnenhöchststandes vermessen haben, ergibt sich eine Zeitdifferenz von gerade einmal zwei Minuten. Bei unseren Messungen fiel deutlich auf, dass sich der gemessene Winkel gerade um die Mittagszeit nur sehr langsam veränderte. Es ist also sehr schwer einem Winkel eine konkrete Uhrzeit zuzuweisen. Da wir in der Berechnung mehrere Werte nahe des Zenitstandes verwendet haben ist so auch der resultierende Fehler besonders groß. Verwendet man nur das aussagekräftigste Wertepaar bei 14,3° weichen wir nur noch um ca. 29 Kilometer vom richtigen Wert ab. Möglicherweise entstanden auch noch Ungenauigkeit bei der Uhrzeitbestimmung, da wir nur eine unserer Armbanduhr und keine Funkuhr verwendet haben.

5.4.2 Fehler bei der Breitengradbestimmung

Bei der Bestimmung des Breitengrades spielen im Gegensatz zum Längengrad mehrere Fehlerquellen eine Rolle. So besitzt, wie oben beschrieben, unser Sextant eine maximale Auflösung von 0,1° was einer prinzipiellen Ungenauigkeit von 11,1 Kilometern entspricht. Darüber hinaus gehen auch die Ungenauigkeiten bei dem Waagrechtstellen des Sextanten direkt ins Ergebnis ein. Nach wie vor vorhanden ist auch der Fehler der sich aus der atmosphärischen Brechnung ergibt. Auch die bereits angesprochene Ungenauigkeit beim Eichen der Gradskala von 0,1° ist wohl in der beschriebenen Abweichung enthalten.

6 Zusammenfassung

In unserem Projekt ist es uns gelungen, mit einer Abweichung von ca. 50 km, unsere Position nur mit Hilfe von unserem Sextanten und einem auf der ganzen Erde gültigen Tabellenwerk zu bestimmen. Dennoch war die Messung kompliziert und langwierig und gerade unsere Ungenauigkeit zeigt wie wichtig die Erfindung des GPS Systems und der Aufbau des neuen Galileo Systems wirklich sind.



Abbildung 12: Impressionen

Literatur

- [1] Nautisches Jahrbuch, www.kowoma.de/gps/astronav/nautjahrbuch.htm
- [2] [http://de.wikipedia.org/wiki/Meridian_\(Astronomie\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Meridian_(Astronomie))
- [3] [http://de.wikipedia.org/wiki/Kulmination_\(Astronomie\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Kulmination_(Astronomie))
- [4] http://de.wikipedia.org/wiki/Siderischer_Tag
- [5] <http://de.wikipedia.org/wiki/Ekliptik>
- [6] Gerthsen Physik, Vogel H., 18. Auflage, Springer-Verlag 1995
- [7] Physik I, Dransfeld K., 9. Auflage, Oldenbourg 2001