

Einstein-de-Haas-Effekt

Projekt 4 (4 Wochen)

Wintersemester 2005/2006
Projektpraktikumsgruppe 5

Andreas Schwabe
Carolin Rödel
Friedrich Heberlein
Sebastian Bauerschmidt
Tobias Bierlein

Tutor: Holger Rupp

9. März 2006

Inhaltsverzeichnis

1	Motivation	3
2	Ziel des Versuchs und historischer Hintergrund	3
3	Der gyromagnetische Faktor	3
3.1	Klassische Berechnung von g	4
3.2	g aus der Sicht der Quantenmechanik	4
4	Unsere Experiment	5
4.1	Versuchsaufbau	5
4.2	Berechnung von g aus den Versuchsdaten	6
4.2.1	Das Torsionspendel	7
4.2.2	Das Trägheitsmoment des Stabes	8
4.2.3	Berechnung der maximalen Magnetisierungsänderung	8
4.2.4	Die endgültige Formel für g	10
5	Versuchsdurchführung	10
5.1	Ausgleich des Erdmagnetfeldes	10
5.2	Daten des ferromagnetischen Torsionsstabes	11
5.3	Bestimmung der Resonanzfrequenz ω_r	11
5.4	Bestimmung der Induktionsspannung U_{ind}	12
5.5	Bestimmung des Auslenkwinkels $\alpha_{Auslenk}$	13
5.6	Bestimmung der Dämpfung β	14
6	Ergebnisse und Fehlerquellen	16
7	Schluss	17

1 Motivation

Bei Überlegungen zu einem neuen Projekt haben wir in mehreren Physikbüchern nach weitgehend unbekanntem physikalischen Effekten gesucht. Dabei ist uns der Einstein-de-Haas-Effekt aufgefallen. Besonders interessant machte ihn außerdem die Tatsache, dass quasi jeder dem wir von unserer Idee erzählt haben, uns den Versuch als sehr schwierig umzusetzen geschildert hat - unser Ehrgeiz war geweckt. Nachdem unsere letzten Versuche alle sehr schön geklappt hatten, fühlten wir uns der Aufgabe gewachsen. Später haben wir auch noch erfahren, dass der Versuch vor 2 Jahren bereits einmal durchgeführt wurde, allerdings traten damals einige Probleme auf.

2 Ziel des Versuchs und historischer Hintergrund

Albert Einstein (1879-1955) und Wander Johannes de Haas (1878-1960) führten 1915 einen Versuch durch, der Aufschlüsse über die Ursache des Magnetismus von Ferromagnetika geben sollte. In dem Experiment nutzten sie dabei den mittlerweile nach ihnen benannten Effekt aus, dass ein ferromagnetischer Stoff, wie etwa Eisen durch Erzeugen eines äußeren Magnetfeldes in Rotation versetzt wird. Die beiden Physiker gingen damals noch vom klassischen Bohrschen Atommodell aus, also von kreisenden Elektronen um den Atomkern. So vermuteten sie, dass die Kreisströme der Elektronen jeweils ein magnetisches Moment erzeugen, das im äußeren Magnetfeld ausgerichtet wird. Gleichzeitig werden dadurch auch sämtliche Drehimpulse, die sie wegen der Kreisbewegung besitzen, gleichgerichtet. Nach der Drehimpulserhaltung muss die ferromagnetische Probe, in der die Elektronenbewegung zunächst ungeordnet orientiert war, eine makroskopisch sichtbare Drehung in die entgegengesetzte Richtung vollführen. Das Verhältnis von magnetischen Moment und Drehimpuls soll dabei im Experiment bestimmt werden.

In dem damals durchgeführten Versuch war es möglich sowohl das magnetische Moment, als auch den äußeren Drehimpuls zu messen. Dazu wurde ein an einem Torsionsfaden aufgehängter Eisenstab in eine Spule hineingehängt. Um einen großen Spulenstrom zu erhalten, der ein starkes Magnetfeld in der Spule erzeugt, wurde ein Kondensator entladen. Um die Drehung des Eisenstabes besser zu beobachten wurde an den Stab noch ein Spiegel angebracht, der einen fokussierten Lichtstrahl je nach Drehung des Stabes unterschiedlich weit ablenkt. So konnte man die Rotation über das Bild des Lichtstrahls auf einem Schirm ablesen (siehe Abbildung 1).

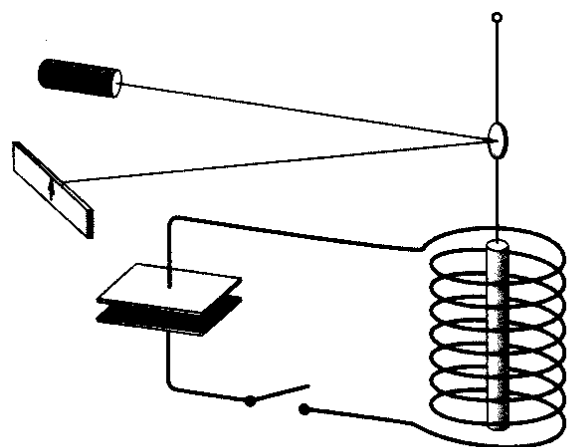


Abbildung 1: Schematischer Aufbau [1]

3 Der gyromagnetische Faktor

Das Ziel des Versuchs ist es, wie bereits oben erwähnt, das Verhältnis von magnetischem Moment μ des Elektrons und dessen Drehimpuls L zu bestimmen. Dieses Verhältnis wird

auch gyromagnetisches Verhältnis γ genannt.

$$\gamma = \frac{\mu}{L} \quad (1)$$

Dieses Verhältnis lässt sich auch schreiben als:

$$\gamma = \frac{\mu}{L} = g \frac{1}{2} \frac{e}{m_e}$$

Wobei g gyromagnetischer Faktor oder auch Landé-Faktor genannt wird. g ergibt sich somit aus

$$g = \frac{2 \cdot m_e \mu}{e L} \quad (2)$$

3.1 Klassische Berechnung von g

In der klassischen Theorie, die auch Einstein und de Haas vertraten, bewegen sich die Elektronen auf fest definierten Kreisbahnen um den Atomkern. Somit ergibt sich das magnetische Moment μ_{Kreis} aus der resultierenden Stromstärke $I = \frac{dQ}{dt} = e \frac{\omega}{2\pi}$ um den Kern und der von der Kreisbahn eingeschlossenen Fläche $A = r^2 \pi$.

$$\mu_{Kreis} = A \cdot I = r^2 \cdot \pi \cdot e \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2} e \cdot r^2 \cdot \omega$$

Für den Drehimpuls L_{Kreis} des Elektrons ergibt sich aus der Kreisbewegung:

$$L_{Kreis} = m_e \cdot \omega \cdot r^2$$

Mit der Formel 1 für das gyromagnetische Verhältnis erhält man damit

$$\gamma = \frac{\mu_{Kreis}}{L_{Kreis}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot e \cdot \omega}{m_e \cdot \omega \cdot r^2} = \frac{e}{2m_e}$$

Der gyromagnetische Faktor g beträgt nach der klassischen Herleitung 1. Diesen Wert vermuteten auch Einstein und de Haas. In ihren Messungen erhielten sie Werte für g zwischen 1,02 und 1,45 und fühlten sich in ihrer Vermutung bestätigt.

3.2 g aus der Sicht der Quantenmechanik

Heute geht man allerdings nicht mehr von der Kreisbewegung der Elektronen aus, sondern erklärt die Ursachen des Magnetismus bei Ferromagnetika durch den Spin der Elektronen. Auf die Herleitung der Werte für μ_{Spin} und L_{Spin} soll hier nicht weiter eingegangen werden. Sie ergeben sich zu

$$L_{Spin} = \frac{n \cdot h}{4 \cdot \pi}, \text{ wobei } n \text{ die Hauptquantenzahl}$$

und

$$\mu_{Spin} = \frac{n \cdot e \cdot h}{4 \cdot \pi \cdot m_e}$$

Das gyromagnetische Verhältnis ist somit:

$$\gamma = \frac{\mu_{Spin}}{L_{Spin}} = \frac{\frac{n \cdot e \cdot h}{4 \cdot \pi \cdot m_e}}{\frac{n \cdot h}{4 \cdot \pi}} = \frac{e}{m_e}$$

Mit der Quantenmechanischen Herleitung erhält man somit einen Wert für g von 2.

4 Unsere Experiment

4.1 Versuchsaufbau



Abbildung 2: Versuchsaufbau

Da uns andere Mittel zur Verfügung stehen als den Wissenschaftlern bei ihren damaligen Experimenten, weicht unser eigener Versuchsaufbau vom ursprünglichen Versuchsaufbau - wie ihn A. Einstein und W. de Haas benutzten (vgl. Kapitel 2) - leicht ab. Statt einem hohen Spulenstrom, den sie durch Entladung eines Kondensator herstellten, legten wir an die Spule eine sinusförmige Wechselspannung mit der Resonanzfrequenz des aufgehängten Stabes an.

Das Herzstück des Versuchs ist ein 16,0 cm langer Eisenstab mit einem Durchmesser von 2,40 mm. Dieser besteht aus einem mit Kupfer beschichtetem Schweißdraht. Von diesem haben durch Ausglühen gleichzeitig die Beschichtung abgelöst und ihn entmagnetisiert. An diesen Stab wurde am oberen Ende mittig ein ca. 5 cm langer Torsionsdraht (Kupferlackdraht mit einem Durchmesser von 0,10 mm) angelötet. Um die Haltbarkeit dieser Verbindung zu verbessern wurde vorher am Ende des Kupferlackdrahtes der Lack mit einem Messer vorsichtig abgekratzt. Zur Aufhängung wurde das andere Ende des Fadens an einen kurzen Kupferstab gelötet. Dieser wurde in eine mit einer Bohrung versehene Spanplatte gesteckt, welche an Stativmaterial befestigt in unseren



Abbildung 3: Nahaufnahme von Spule, Spiegel, Torsionsdraht

Versuch ragte. (siehe Bild 2 und 3). Der Stab derart aufgehängt, so dass er sich in einer Kombination aus zwei Spulen frei bewegen kann. Die eine, kleine, selbstgewickelte Spule mit 200 Windungen wurde mit Hilfe von Schaumstoff mittig im Inneren der großen, im Bild gut sichtbaren, Hauptspule befestigt. An die große Spule wird eine Sinusspannung angelegt, die durch einen Frequenzgenerator¹ erzeugt und mit einem Verstärker² verstärkt wird. Der fließende Strom wird dabei durch die Ausgangsamplitude des Frequenzgenerators bestimmt, da der Stromverstärker einen konstanten Verstärkungsfaktor liefert. Die quantitative Größe des Spulenstroms war von keinerlei direkter Bedeutung für unseren Versuch. Der Strom der durch die große Spule fließt erzeugt ein Magnetfeld, welches durch den Eisenstab noch zusätzlich verstärkt wird. Durch die zeitliche Änderung dieses Magnetfeldes wird in der kleineren Induktionsspule eine Spannung induziert, welche wir mit dem Oszilloskop³ messen können.

Um nun verfolgen zu können ob und wie sich unser Stab bewegt, haben wir einen Spiegel am oberen Ende des Stabes mit doppelseitigem Klebeband befestigt. Den Spiegel haben wir selbst hergestellt, indem wir Deckgläser für Objektträger in geeignet große Stücke gebrochen und diese mit Silber bedampft haben. Der Vorteil an diesem selbst hergestellten Spiegel liegt darin, dass er besonders leicht ist, und somit das Trägheitsmoment des Stabes nur unwesentlich beeinflusst. Auf diesen Spiegel, der ein kleines Stück oben aus der großen Spule herausragt, strahlen wir mit einem Laser, so dass wir den im Spiegel reflektierten Strahl mit einem Schirm auffangen und die Bewegungen unseres Stabes beobachten und vermessen können. Unser Schirm besteht aus einer weißen beschichteten Spanplatte, die wir in geeigneter Höhe mit Stativmaterial befestigt haben. Die Platte ist so aufgestellt, dass der einfallende Laserstrahl bei ruhendem Stab ein Lot darauf bildet.

Um äußere Einflüsse auf unseren Versuchsaufbau, wie zum Beispiel das Erdmagnetfeld und andere permanente Magnetfelder, zu kompensieren haben wir die Spulen mit dem Torsionsstab in der Mitte eines Helmholtzspulenpaares aufgebaut und alle unnötigen metallischen Gegenstände, wie Schrauben und ähnliches, aus unserem Aufbau entfernt. Mit einem Netzgerät⁴ wurde der Strom in den Helmholtzspulen derart eingestellt, so dass äußere Magnetfelder weitgehend kompensiert wurden (vgl. Kap. 5.1).

4.2 Berechnung von g aus den Versuchsdaten

Wir wollen nun versuchen die weiter oben hergeleitete Formel (2) für den gyromagnetischen Faktor durch die Daten, die wir aus unserem Versuch erhalten, auszudrücken. Zunächst betrachten wir das magnetische Moment μ eines Elektrons. Dieses hängt mit der Magnetisierung des Stabes M in folgender Weise zusammen:

$$\mu = M \frac{V}{N}, \text{ wobei } M = \frac{\mu_{ges}}{V} = \frac{\text{ges. magnetisches Moment}}{\text{Volumen}}$$

Dabei ist V das Volumen des Stabes und N die Anzahl der im Stab ausgerichteten Elektronen. Drückt man den Drehimpuls eines Elektrons L noch durch den Gesamtdrehimpuls

¹HP 33120A 15 Mhz Function / Arbitrary Waveform Generator

²von der Elektronik Werkstatt für den EDH-Versuch gebaut: Strom Amplifier Z.-Nr. 12 05 30

³Tektronix TDS 2014 four channel digital storage oscilloscope

⁴HAMEG Programable Powersupply HM8142

$L_{ges} = N \cdot L$ aus, ergibt sich:

$$g = \frac{2 \cdot m_e \mu}{e L} = \frac{2 \cdot m_e M \frac{V}{N}}{e \frac{L_{ges}}{N}} = \frac{2 \cdot m_e M \cdot V}{e L_{ges}}$$

Im Experiment können wir allerdings den Drehimpuls und die Magnetisierung nur schwer messen und betrachten daher deren zeitliche Änderung. Mit dem Drehmoment $D = \dot{L}_{ges}$ ergibt sich:

$$\boxed{g = \frac{2 \cdot m_e}{e} \cdot V \cdot \frac{\dot{M}}{D}} \quad (3)$$

Dabei können wir jeweils den Maximalwert des Drehmomentes D_{max} und die maximale Magnetisierungsänderung \dot{M}_0 bestimmen.

4.2.1 Das Torsionspendel

Wir möchten nun das maximale Drehmoment aus den Daten des Torsionspendels berechnen. Dazu betrachten wir zunächst den allgemeinen Ansatz für ein angeregtes gedämpftes Torsionspendel:

$$\theta \ddot{\alpha} + P \cdot \dot{\alpha} + T \cdot \alpha = D(t) = D'_{max} \cdot \cos(\omega t)$$

wobei θ das Trägheitsmoment, P die Dämpfungskonstante, T das Torsionsmoment und D'_{max} das Maximale Drehmoment ist. Teilt man diese Gleichung durch das Trägheitsmoment und ersetzt $\frac{P}{\theta} = 2\beta$ und $\frac{T}{\theta} = \omega_0^2$ mit der Dämpfung β und der Resonanzfrequenz ω_0 erhält man:

$$\ddot{\alpha} + 2\beta\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \frac{D'_{max}}{\theta}\cos(\omega t)$$

Allgemeine Lösung der Differentialgleichung

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung ergibt sich zu:

$$\alpha(t) = C_1 e^{(\beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2})t} + C_2 e^{(\beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2})t}$$

Spezielle Lösung der Differentialgleichung

Die spezielle Lösung ist der Realteil der Gleichung

$$\ddot{\alpha} + 2\beta\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \frac{D'_{max}}{\theta} e^{i\omega t}$$

Das System aus Torsionsfaden und Eisenstab schwingt nach dem Einschwingen mit der Anregungsfrequenz der Spule. Daher nehmen wir den Ansatz:

$$\alpha(\omega, t) = \alpha_0 e^{i\omega t}$$

wobei α_0 eine komplexe Amplitude und ω die Anregungsfrequenz ist. Durch Ableiten und Einsetzen in die obige Gleichung für die spezielle Lösung ergibt sich:

$$-\alpha_0 \omega^2 e^{i\omega t} + 2\beta \alpha_0 i \omega e^{i\omega t} + \omega_0^2 \alpha_0 e^{i\omega t} = \frac{D'_{max}}{\theta} e^{i\omega t}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow -\alpha_0\omega^2 + 2\beta\alpha_0i\omega + \omega_0^2\alpha_0 &= \frac{D'_{max}}{\theta} \\ \Rightarrow \alpha_0\theta(\omega_0^2 - \omega^2 + i2\beta\omega) &= D'_{max}\end{aligned}$$

Wichtig für uns ist dabei das maximale Drehmoment D_{max} und damit der Betrag.

$$\boxed{D_{max} := |D'_{max}| = \sqrt{(\theta\alpha_0(\omega_0^2 - \omega^2))^2 + (2\beta\alpha_0\omega\theta)^2}} \quad (4)$$

Durch Umformen ergibt sich die maximale Amplitude zu

$$\alpha_0 = \frac{D_{max}}{\theta\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$

Um die Resonanzfrequenz ω_r zu erhalten wird die Ableitung nach ω gebildet und gleich Null gesetzt:

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha_0}{d\omega} &:= 0 \\ \Rightarrow \omega_r &= \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}\end{aligned}$$

Bei unserem Versuchsaufbau ist $\omega_0^2 \gg 2\beta$ (vernachlässigbarer Dämpfung vgl. Kapitel 5). Somit erhält man $\omega_r \approx \omega_0$. Durch einsetzen in Gleichung 4 erhält man für die Resonanzamplitude α_r :

$$\begin{aligned}\alpha_r &= \frac{D_{max}}{2\theta\beta\omega_r} \\ \Rightarrow \boxed{D_{max} = 2\theta\beta\omega_r\alpha_r} &\quad (5)\end{aligned}$$

4.2.2 Das Trägheitsmoment des Stabes

Das Trägheitsmoment des Stabes ergibt sich durch Integration über das gesamte Volumen des Stabes:

$$\boxed{\theta = \rho \int_V r^2 dV = \rho \int_0^l \int_0^{2\pi} \int_0^R r^3 dr d\phi dh = \rho \frac{1}{4} \cdot R^4 \cdot 2\pi \cdot l = \frac{1}{2} m \cdot R^2} \quad (6)$$

4.2.3 Berechnung der maximalen Magnetisierungsänderung

Um die maximale Magnetisierungsänderung zu bestimmen betrachten wir zunächst das magnetische Feld einer langgestreckten Zylinderspule mit der Windungszahl N , der Länge l und dem Strom I :

$$H = \frac{I \cdot N}{l}$$

Magnetische Induktion

Die magnetische Induktion ist definiert als

$$B := \mu \cdot H$$

mit der Permeabilität $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$. (μ_0 magnetische Feldkonstante $1,2 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$; μ_r relative Permeabilität des Stoffes).

$$\Rightarrow B = \mu_0 \mu_r H$$

Jetzt führen wir die Magnetisierung M ein, die die magnetischen Eigenschaften eines Stoffes zusammenfasst.

$$B = \mu_0(H + M)$$

Nach M aufgelöst ergibt das:

$$M = \frac{B}{\mu_0} - H$$

Damit können wir M berechnen, wenn wir B und H kennen.

Induktion

Die Feldstärke H lässt sich aus den Spulendaten errechnen. Die magnetische Induktion muss mit einer Induktionsspule gemessen werden. Dieser geht mit Hilfe des Induktionsgesetzes:

$$U_{ind} = -N_{ind} \frac{d}{dt} \Phi$$

Hierbei ist U_{ind} die induzierte Spannung, Φ der magnetische Fluss und N_{ind} die Windungszahl der Induktionsspule. Das heißt durch ein zeitlich veränderliches Magnetfeld wird eine Spannung in der Induktionsspule induziert. Der magnetische Fluss durch eine beliebige Fläche F ist dabei definiert als:

$$\Phi = \int_F B df$$

Da B innerhalb der Spule annähernd homogen ist können wir für die Induktionsspannung schreiben:

$$U_{ind} = -N_{ind} \cdot F \frac{dB}{dt}$$

Da das Magnetfeld im Eisenstab viel stärker ist als außerhalb ($\mu_r \approx 5 \cdot 10^3$) können wir für die Fläche F als Näherung nur die Querschnittsfläche des Stabes nehmen und die Fläche außerhalb vernachlässigen.

$$\begin{aligned} M &= \frac{B}{\mu_0} - H && \text{mit } H = \frac{I \cdot N}{l} \\ \Rightarrow M &= \frac{\mu_0}{1} \frac{dB}{dt} - \frac{I \cdot N}{l} \\ \Rightarrow \frac{dM}{dt} &= \frac{\mu_0}{\mu_0} \frac{dB}{dt} - \frac{N}{l} \frac{dI}{dt} \\ \frac{dM}{dt} &= \frac{U_{ind}}{-N_{ind} \cdot F \cdot \mu_0} - \frac{N}{l} \frac{dI}{dt} \end{aligned}$$

Wie gerade erwähnt trägt hauptsächlich das Magnetfeld des Stabes zur Magnetisierung bei, da dort die Stärke des Feldes am größten ist. Deshalb ist wieder der rechte Teil dieser Formel vernachlässigbar. Damit bekommen wir für den Betrag der maximale Magnetisierungsänderung

$$\boxed{\dot{M}_0 = \frac{|U_{ind}|}{N_{ind} \cdot F \cdot \mu_0}} \quad (7)$$

4.2.4 Die endgültige Formel für g

Nun können wir eine Formel für g mit unseren gemessenen Größen angeben. Dazu setzen wir zunächst in die oben hergeleitete Formel 3 die Ausdrücke für \dot{M}_0 (Gleichung 7) und D_{max} (Gleichung 5) ein:

$$g = 2 \frac{m_e}{e} \cdot V \cdot \frac{\dot{M}_0}{D_{max}} = 2 \frac{m_e}{e} \cdot V \cdot \frac{\frac{|U_{ind}|}{N_{ind} \cdot F \cdot \mu_0}}{2\theta \cdot \beta \cdot \omega_r \cdot \alpha_r} = \frac{m_e \cdot V \cdot |U_{ind}|}{e \cdot N_{ind} \cdot F \cdot \mu_0 \cdot \theta \cdot \beta \cdot \alpha_r \cdot \omega_r}$$

Jetzt setzen wir noch die Formeln für das Trägheitsmoment des Stabes (Gleichung 6), dem Volumen für einen Zylinder $V = R^2 \pi l$ und der Fläche $F = R^2 \pi$, wobei R den Radius l die Länge und m die Masse des Stabes bezeichnet.

$$g = \frac{2m_e \cdot R^2 \cdot \pi \cdot l \cdot |U_{ind}|}{e \cdot N_{ind} \cdot R^2 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot m \cdot R^2 \cdot \beta \cdot \alpha_r \cdot \omega_r}$$

Kürzen wir diesen Ausdruck bekommen wir unsere entgültige Formel mit der wir den gyromagnetischen Faktor berechnen können.

$$g = \frac{2 \cdot m_e}{e \cdot \mu_0} \cdot \frac{l \cdot |U_{ind}|}{N_{ind} \cdot R^2 \cdot m \cdot \beta \cdot \alpha_r \cdot \omega_r} \quad (8)$$

5 Versuchsdurchführung

5.1 Ausgleich des Erdmagnetfeldes

Wie wichtig der Ausgleich des Erdmagnetfeldes ist, sieht man bei der Versuchsdurchführung selbst. Bei unserer Testmessung arbeiteten wir ohne Ausgleich des Magnetfeldes und beobachteten einen Ausschlag von 3-4 m bei einem Schirmabstand von 3 m, was allerdings die Literaturangaben bei weitem überschreitet. Deshalb entschlossen wir uns das Magnetfeld mit Hilfe eines Helmholtzspulenpaares zu kompensieren. Der Inklinationwinkel (Winkel zwischen Ebene der Erdoberfläche und Feldlinien) des Erdmagnetfeldes beträgt in Deutschland etwa 60° , das bedeutet wir haben eine horizontale und eine vertikale Komponente. In unserem Versuchsaufbau gleichen wir nur die horizontale Komponente aus, da die senkrechte Komponente in die gleiche Richtung zeigt wie das durch unsere Spule erzeugte Feld, aber im Vergleich dazu vernachlässigbar gering ist.

Bevor wir unsere Spulen im Zentrum der Helmholtzspulen anbrachten, haben wir zunächst mit Hilfe eines Kompass die Achse des Helmholtzspulenpaares in Nord-Süd-Richtung ausgerichtet. Danach wurde der Strom mit der Konstantstromquelle so lange geregelt, bis sich der Kompass im Zentrum frei drehen konnte, ohne in eine bevorzugte Richtung zu zeigen. Für unseren Fall (Anzahl der Windungen pro Spule ca. 77, Radius ca. 0,2 m) erreichten wir diesen Zustand bei einem Strom von ca. 62 mA, den wir im weiteren Verlauf des Versuches nicht weiter verändert haben. Daraufhin konnte der Kompass entfernt werden und die eigentliche Versuchsanordnung in die Helmholtzspulen gestellt werden. Nach Kompensation des Erdmagnetfeldes war die Amplitude des Laserstrahls tatsächlich deutlich geringer als vorher.

5.2 Daten des ferromagnetischen Torsionsstabes

In die Formel des gyromagnetischen Faktors gehen folgende Stabgrößen ein:

- die **Masse m** haben wir mit einer (auf ein mg) genauen Waage bestimmt, sie beträgt

$$m = 5,627 \pm 0,001 \text{ g}$$

Der Stab wurde mit dem daranhaftenden Lötzinn und Spiegel gewogen. Der abgeschätzte Fehler ergibt sich aus der Ungenauigkeit der Waage.

- die **Länge l** wurde mit einem gewöhnlichen Lineal bestimmt, sie beträgt

$$l = 160 \pm 0,01 \text{ mm}$$

- den **Radius R** haben wir mit einer Schieblehre bestimmt, er beträgt

$$R = 1,2 \pm 0,2 \text{ mm}$$

5.3 Bestimmung der Resonanzfrequenz ω_r

Die obige Formel für g (Gleichung 8) gilt nur für die Resonanzfrequenz des Torsionspendels. Außerdem ist es für die Messung der Amplitude sowieso am genauesten mit den größten Ausschlägen zu arbeiten. Wie wir festgestellt haben ist die Resonanzfrequenz sehr empfindlich. Bereits ein Ausbau und erneuter Einbau des Torsionspendels führte zu einer wesentlichen Änderung der Frequenz. Deswegen haben wir die Frequenz vor jedem Versuchsdurchgang neu bestimmt. Dazu haben wir an unserem Frequenzgenerator eine Ausgangsamplitude fest eingestellt, dann die Resonanzfrequenz im Bereich von 8 Hz gesucht und fein auf ein Maximum des Ausschlages am Schirm eingestellt.

Vor unserer ersten Bestimmung von g haben wir einmalig für einen größeren Frequenzbereich (1 Hz bis 16 Hz) ein Resonanzkurve bestimmt. Dabei haben wir mehrere Maximas der Amplitude festgestellt. Beim ersten und zweiten Maximum (siehe Bild 4) war allerdings ein sehr starkes Schlingern und Pendeln des Stabes zu beobachten, weniger eine Drehung um die Symmetrieachse des Stabes. Am Schirm konnte man das durch eine zusätzliche vertikale Auslenkung des Laserstrahls erkennen. Beim dritten Maximum jedoch war nur eine horizontale Auslenkung des Laserstrahls zu beobachten. Der Stab drehte sich nur um seine Symmetrieachse. Aus diesem Grund gehen wir davon aus, dass die ersten beiden Maximas durch magnetische Anziehung zwischen Spule und Stab, das dritte Maximum aber durch den Einstein-de-Haas-Effekt hervorgerufen wird. Dieses Maximum hatte nur eine Ausdehnung von $\Delta f = 0,1 \text{ Hz}$. Die Frequenz stellten wir bis auf $\frac{1}{1000} \text{ Hz}$ genau ein. Genauere Justierung lieferte keine sichtbare Veränderung der Amplitude.

Die Resonanzfrequenz ω_r , die wir später bei der Versuchsdurchführung zur Bestimmung von g ermittelt haben, beträgt

$$\omega_r = 2\pi \cdot 8,2650 \pm 0,005 \frac{1}{s}$$

Der abgeschätzte Fehler ist hier relativ gering, da die Resonanzfrequenz, wie erwähnt, vor jedem Versuch neu eingestellt wurde und die Frequenz mit den größten Ausschlag ziemlich

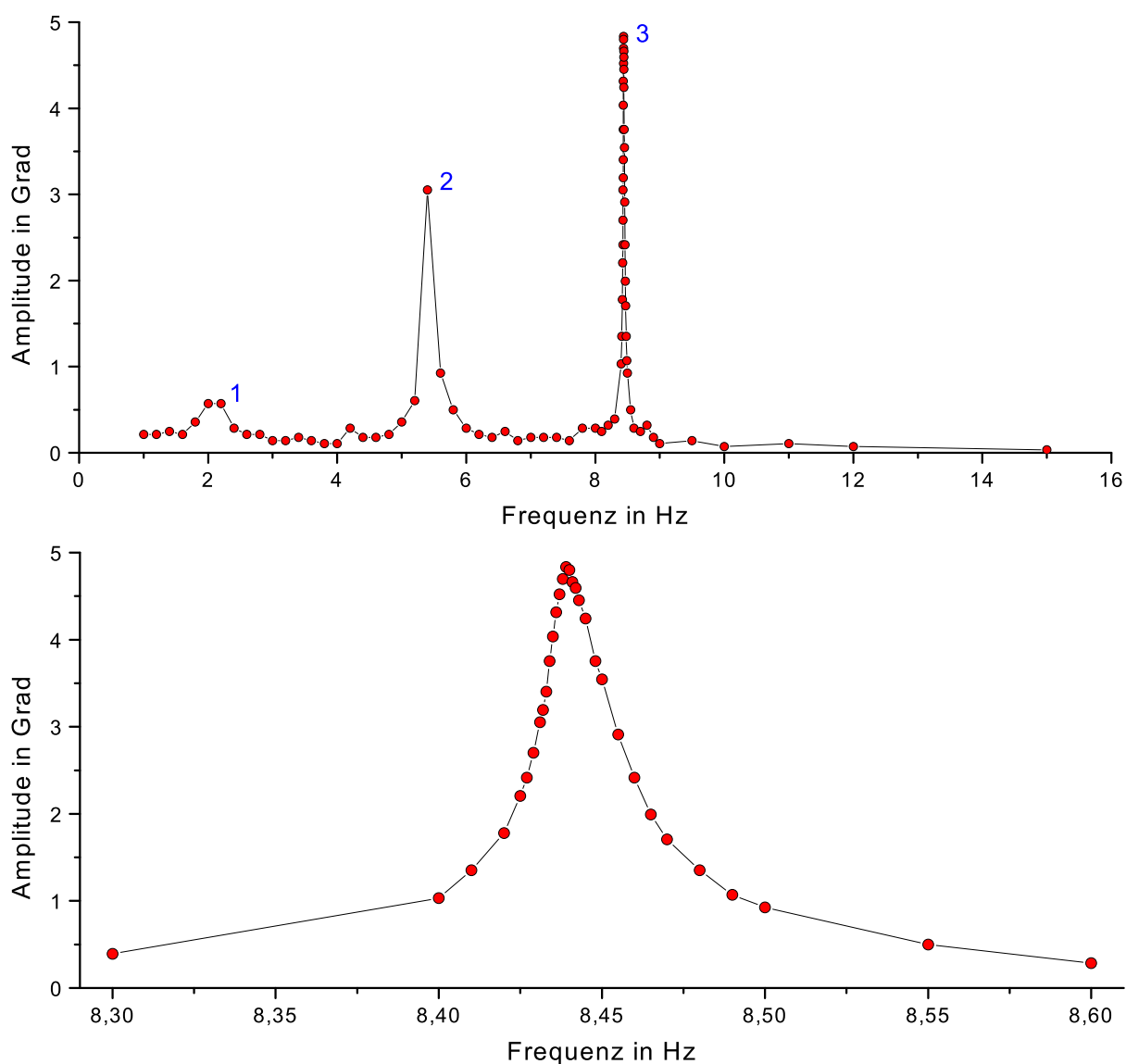


Abbildung 4: oben: Resonanzkurve von 1-16 Hz und unten (vergrößert) Peak 3, der durch den EDH-Effekt entsteht

deutlich zu erkennen war.

Bei Bestimmung dieser Resonanzfrequenz war $U_{amp} = 330 \text{ mV}$ als Ausgangsamplitude am Frequenzgenerator eingestellt. Die Resonanzfrequenz bleibt dabei bei Veränderung der Ausgangsamplitude konstant. Wir haben beobachtet, dass sich die Resonanzfrequenz bei kompensiertem und nicht kompensiertem Erdmagnetfeld deutlich ändert. Daher haben wir uns bewusst dafür entschieden, die Bestimmung von ω_r bei ausgeglichenem Erdmagnetfeld durchzuführen.

5.4 Bestimmung der Induktionsspannung U_{ind}

Wie bereits oben erwähnt geht durch die Magnetisierung die Induktionsspannung in die Formel für g mit ein. Zu ihrer Bestimmung haben wir eine Induktionsspule mit 200 Windungen (vgl. Kap. 4.1) in die Hauptspule eingebaut. In unserem Versuch konnten wir keine Veränderung bei der Amplitude des Laserstrahls mit und ohne Induktionsspule feststellen,

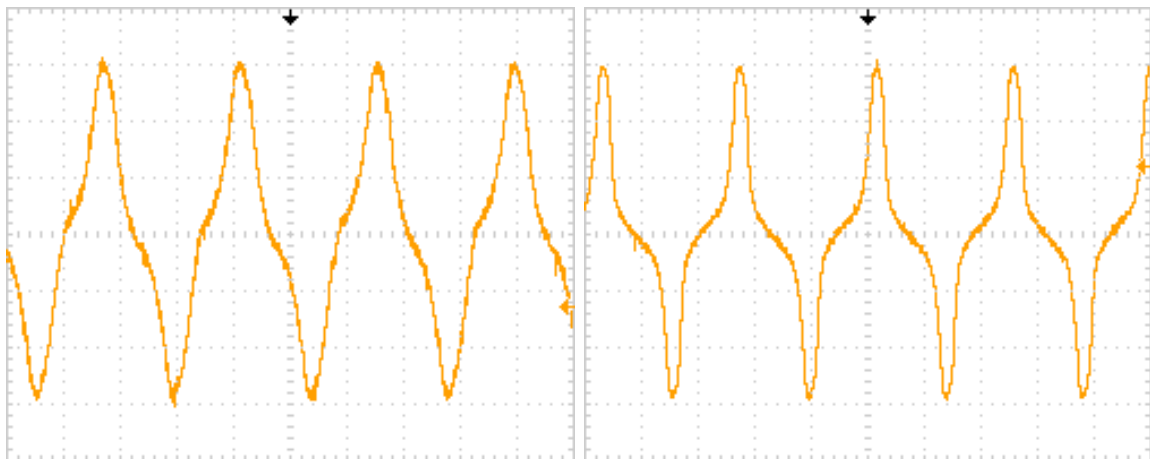


Abbildung 5: Induktionsspannungskurven bei kleinem (links) bzw. großen (rechts) Spulenstrom; Dabei beträgt die Induktionsspannung links 77 mV bzw. rechts 177 mV, obige Diagramme sind von unserem Digitaloszilloskop aufgenommen worden, dabei ist U_{ind} nach oben und die Zeit nach rechts angetragen

deshalb haben wir diese fest eingebaut gelassen. Die maximale Induktionsspannung konnten wir dann einfach an dem Digitaloszilloskop ablesen. Für unterschiedliche Ausgangsspannungen U_{amp} des Frequenzgenerators ergeben sich für die maximale Induktionsspannung U_{ind} unterschiedliche Werte. Beim Bestimmen der Induktionsspannung sind mehrere Fehlerfaktoren denkbar, wie etwa Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Windungszahl der Induktionsspule, Auftreten von Kontaktspannungen beim Abgreifen, oder Ablesefehler am Oszilloskop. Weil wir diese Faktoren nicht genau bestimmen können, schätzen wir bei der Bestimmung der maximalen Induktionsspannung (U_{ind}) einen Fehler von 5%.

U_{amp} in mV	U_{ind} in mV	U_{amp} in mV	U_{ind} in mV
130	$77 \pm 3,9$	330	$177 \pm 8,9$
230	$128 \pm 6,4$	430	$222 \pm 11,1$

5.5 Bestimmung des Auslenkwinkels $\alpha_{Auslenk}$

Der Auslenkwinkel $\alpha_{Auslenk}$ wird aus dem Abstand zwischen Spiegel und Schirm a_{Schirm} , sowie der Amplitude des Laserstrahls durch geometrische Berechnungen bestimmt. Die Amplitude ist die Hälfte des von uns gemessenen Gesamtausschlages $l_{Ausschlag}$ des Lasers. Im Bild 6 ist die dicke blaue Linie der Spiegel in der Grundstellung und die dicke schwarze bei Auslenkung um den Winkel $\alpha_{Auslenk}$. Der rot eingezeichnete Laserstrahl kommt von unten und wird am gedrehten Spiegel vom Nullpunkt abgelenkt. Unser gemessener Winkel ist wegen der Reflexion am Spiegel doppelt so groß und beträgt daher $2 \cdot \alpha_{Auslenk}$. Daher bekommen wir

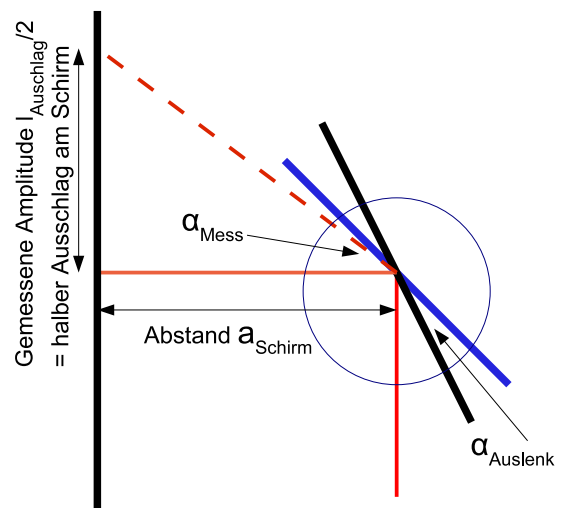


Abbildung 6: Ablenkung des Lasers

folgende Formel für unseren Winkel.

$$\alpha_{Auslenk} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{l_{Ausschlag}}{2 \cdot a_{Schirm}} \right)$$

Wie bereits erwähnt wird der Strom durch unsere Hauptspule, und damit auch die Stärke des erzeugten Wechsellmagnetfeldes, durch die Ausgangsspannung des Frequenzgenerators gesteuert. Für die 4 verschiedenen Ausgangsspannungen U_{amp} bei denen wir die Induktionsspannung U_{ind} bestimmt haben (vgl. Kap. 5.4), haben wir auch den maximalen Auslenkwinkel α_r des Torsionspendels bestimmt. Dabei ist der Abstand des Schirmes vom Spiegel $a_{Schirm} = 160 \pm 5 \text{ cm}$.

Nach der Formel für die Fehlerfortpflanzung ergibt sich mit der entsprechenden Ableitung für den arctan

$$\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

für unsere obige Formel für α_r folgende Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta\alpha_r = \sqrt{\left(\frac{1}{A} \cdot \frac{1}{\left(\frac{L}{2A}\right)^2 + 1} \cdot \frac{\Delta L}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{\left(\frac{L}{2A}\right)^2 + 1} \cdot \frac{L}{2 \cdot A^2} \cdot \Delta A \right)^2}$$

Hierbei ist $L = l_{Ausschlag}$, $A = a_{Schirm}$, $\Delta L = \Delta l_{Ausschlag}$ und $\Delta A = \Delta a_{Schirm}$.

U_{amp}	$l_{Ausschlag}$ in cm	α_r in rad
130	$93,0 \pm 3$	$0,141 \pm 0,012$
230	$109,0 \pm 3$	$0,164 \pm 0,013$
330	$128,0 \pm 3$	$0,190 \pm 0,014$
430	$160,5 \pm 3$	$0,232 \pm 0,015$

5.6 Bestimmung der Dämpfung β

Die Dämpfung, welche auch in g mit eingeht, haben wir mit Hilfe eines Videos des Lasers auf dem Schirm bestimmt. Dazu haben wir bei eingestellter Resonanzfrequenz das Pendel eine Weile einschwingen lassen. Zeitgleich mit dem Beginn der Videoaufnahme, haben wir die Stromversorgung der Hauptspule unterbrochen. Nach zirka 40 Sekunden war die Amplitude bereits sehr klein. Das Pendel hat nach Unterbrechung der Stromzufuhr allerdings auch einen leichten vertikalen Ausschlag erfahren, was am Schirm durch ein leichtes Schlingern des Laserstrahls sichtbar wurde. Zur Berechnung der Dämpfung haben wir mit dem Programm VirtualDub, welches wir schon bei der Auswertung der Wellengeschwindigkeit in unserem ersten Versuch verwendet haben, zu mehreren Zeitpunkten die Amplitude des Laserstrahls bestimmt. Auf den einzelnen Videobildern sah man immer einen Teil des Strahlengangs auf dem Schirm. Die Randpunkte waren heller und konnten so mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden. Es wurde alle 1-3 Sekunden eine Amplitude aus dem Video ausgelesen. Die Amplitude wurde mit obiger Formel in den Auslenkwinkel umgerechnet und in einem Diagramm angetragen (vgl. Abb. 7 oben). Theoretisch müsste sich folgende Kurve ergeben:

$$\alpha(t) = \alpha_0 e^{-\beta \cdot t}$$

mit der Anfangsamplitude α_0 und der gesuchten Dämpfung β . Um daraus die Dämpfung β zu bestimmen haben wir die Amplitudenwerte durch die Anfangsamplitude geteilt, davon den natürlichen Logarithmus gebildet und in einem zweiten Diagramm gegen die Zeit

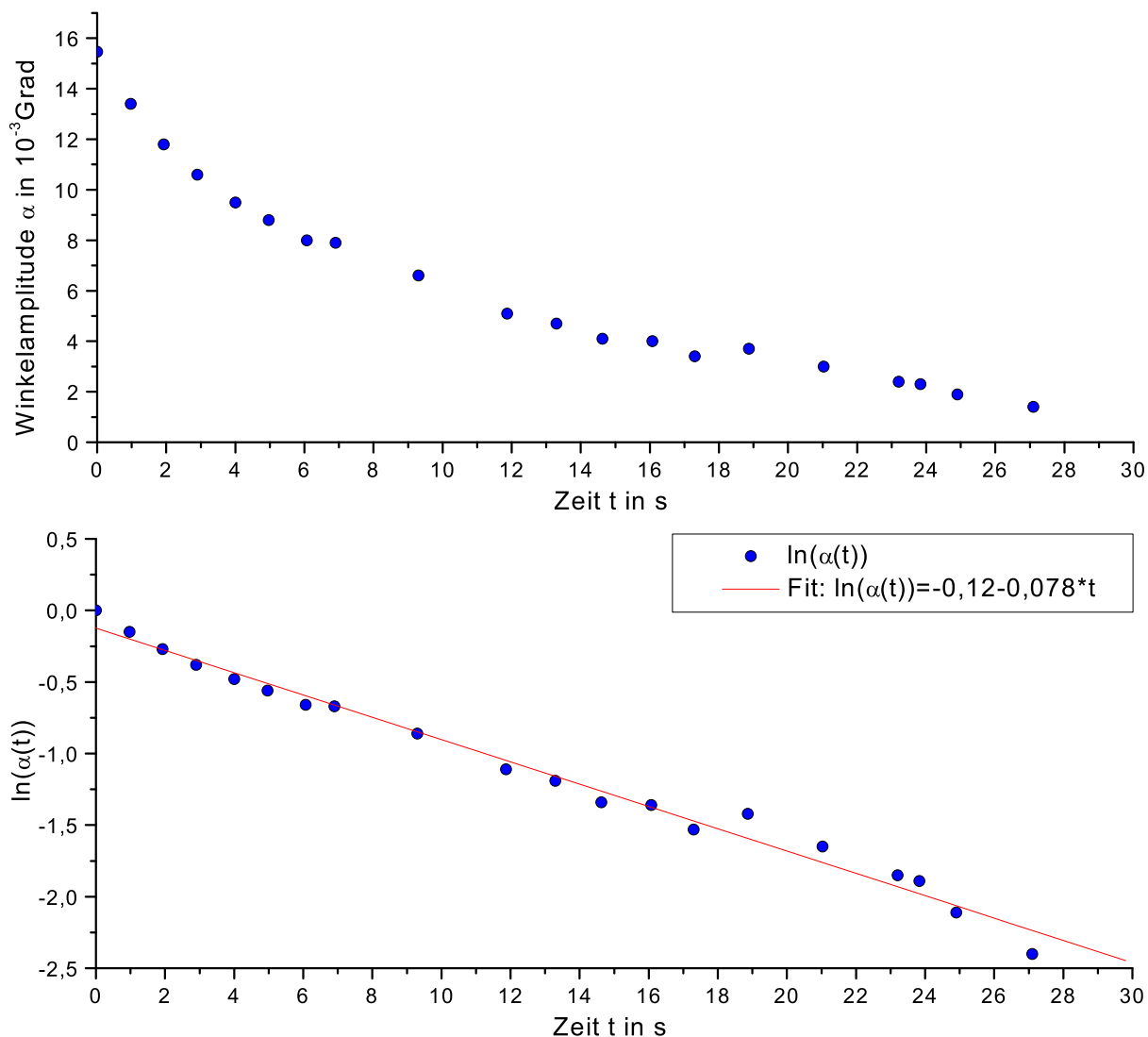


Abbildung 7: oben: Dämpfungskurve, unten: Dämpfungskurve mit logarithmischen Winkelamplituden

aufgetragen (vgl. Abb. 7 unten). Somit ergibt sich eine Gerade:

$$-\ln\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) = \beta \cdot t$$

Zum Schluss wurde die Steigung durch lineare Regression (mit OriginLab) der einzelnen Messpunkte bestimmt. Die gefittete Kurve ist ebenfalls im Diagramm zu sehen (vgl. Abb. 7 unten). Aufgrund von Ablesefehlern beim Videoauswerten, die vor allem durch das Schlingern des Laserstrahls entstanden gehen wir von einem Fehler von 25% aus.

$$\Rightarrow \beta = 0,078 \pm 0,020 \text{ s}^{-1}$$

6 Ergebnisse und Fehlerquellen

Mit unseren vier verschiedenen Ausgangsspannungen des Frequenzgenerators ist es uns möglich aus vier unabhängigen Messungen g zu bestimmen. Mit der oben hergeleiteten Formel (8) ergeben sich folgende Werte:

U_{amp} in mV	U_{ind} in mV	Amplitude in rad	g
130	77	0,141	$0,121 \pm 0,052$
230	128	0,164	$0,173 \pm 0,075$
330	170	0,190	$0,206 \pm 0,089$
430	222	0,232	$0,212 \pm 0,091$

Der angegebene Fehler wurde dabei über nachstehende Formel berechnet.

$$\Delta g = \pm \left\{ \left(\frac{\partial g}{\partial l} \Delta l \right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial U_{ind}} \Delta U_{ind} \right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial N_{ind}} \Delta N_{ind} \right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial R} \Delta R \right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial m} \Delta m \right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \beta} \Delta \beta \right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \alpha_r} \Delta \alpha_r \right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \omega_r} \Delta \omega_r \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Die Fehler für die einfließenden Größen sind explizit in der Versuchsdurchführung beschrieben. Für den Wert von $U_{amp} = 330 \text{ mV}$ wollen wir hier noch einmal zusammengefasst alle Größen und den dazugehörigen Fehler angeben:

l	=	16	±	0,1	cm
U_{ind}	=	170	±	8,5	mV
N_{ind}	=	200	±	3	
R	=	1,2	±	0,2	mm
m	=	5,62	±	0,001	g
β	=	0,078	±	0,02	s^{-1}
α_r	=	0,190	±	0,014	rad
ω_r	=	$2\pi(8,265)$	±	0,005	Hz

Wie zu erkennen ist weicht unser Wert für g deutlich vom Literaturwert von ca. 2 ab. An Ungenauigkeiten direkt bei der Messung scheint es nicht zu liegen, da der Toleranzbereich, der sich durch unsere abgeschätzten Fehler ergibt, bei weitem nicht bis an den Literaturwert heranreicht. Um diese Abweichung zu diskutieren, möchten wir an dieser Stelle auf einige Punkte eingehen, die uns während der Versuchsdurchführung aufgefallen sind.

Erreichen der Sättigungsmagnetisierung

Um richtige Werte für g zu erhalten ist es wichtig, dass eine Sättigungsmagnetisierung des Eisenstabes erreicht wird, also alle freien Elektronen ausgerichtet werden. Sehr schön zu sehen, inwieweit der Stab magnetisiert wurde ist an der Darstellung der Induktionsspannung (vgl. Abb. 5) zu sehen. Dabei sind die Peaks bei höherem Spulenstrom viel mehr δ förmig, d.h. der Eisenstab ist stärker magnetisiert als bei niedrigeren Strömen. Man sieht das auch bei unseren Werten für g . Die Werte für g liegen bei kleinen Spulenströmen (z.B. $U_{amp} = 130 \text{ mV}$) merklich niedriger als bei größeren Strömen ($U_{amp} = 330 \text{ mV}$ bzw. $U_{amp} = 330$). Bei den letzten beiden Werten scheint die Sättigung erreicht zu sein, da der Wert bei einer weiteren Steigerung nur noch wenig variiert.

Fehler bei Messung der Induktionsspannung

Die Größe in der Formel für g , die am schwierigsten zum Messen ist, ist die maximale Änderung der Magnetisierung. Dabei haben wir auch in der Herleitung zur Berechnung über die Induktionsspannung folgende Vereinfachung durchgeführt: Da die Stärke des Magnetfeldes innerhalb des ferromagnetischen Eisenstabes um einiges größer ist als in der Luft außerhalb rings um den Stab, wird die Feldstärke außerhalb gleich Null gesetzt. Um das zu verifizieren führten wir noch einen kleinen Nebenversuch durch. Dabei wickelten wir mit Kupferlackdraht eine kleine Spule direkt auf den Eisenstab, hielten diese Konstruktion in unsere Hauptspule und haben so das Feld ohne Luftspalt gemessen. Die ermittelten Werte stimmten mit denen, die wir mit unserer normalen Induktionsspule gemessen haben überein. Diese Näherung scheint also richtig zu sein.

Ausgleich des Erdmagnetfeldes

Wie schon in der Durchführung erwähnt (vgl. Kap. 5.1) haben äußere Magnetfelder, wie das Erdmagnetfeld, einen entscheidenden Einfluss auf die Amplitude α_r . In den Protokollen anderer wissenschaftlicher Gruppen, die wir uns in der Vorbereitung durchgearbeitet haben, wurde oft eine andere Methode zum Ausgleich des Erdmagnetfeldes verwendet. Während wir vor Versuchsdurchführung, mit Hilfe eines Kompass, den Strom durch die Helmholtzspulen einstellten, machten sich andere Gruppen den Effekt zu nutze, dass bei ausgeglichenem Magnetfeld die Amplitude minimal wird. Der Strom durch die Helmholtzspulen wird also bei laufendem Versuch so lange erhöht, bis der Ausschlag des Torsionspendels ein Minimum erreicht. Auch wir wollten zuerst so vorgehen, stellten aber dann schnell fest, dass sich bei Veränderung des äußeren Magnetfeldes nicht nur die Amplitude einer Veränderung unterlag, sondern auch die Resonanzfrequenz des Torsionspendels verschoben wurde. Dies konnten wir daran feststellen, dass sich nach Minimierung der Amplitude durch Variation des Helmholtzspulenstroms die Amplitude durch Veränderung der Frequenz wieder deutlich vergrößern lies. Eine erneute Veränderung des Helmholtzspulenstroms verringerte die Amplitude wieder. Die Verschiebung der Resonanzfrequenz lag bei ca. 0,1 Hz, was eine deutliche Auswirkung auf α_r hat, wie in Abb. 4 zu sehen ist. Obwohl wir mit dieser Methode deutlich kleinere Amplituden und damit bessere Werte für g erhalten hätten, blieben wir bei der Methode mit dem Kompass, da uns diese als einzig sinnvolle erschien. Es machte einfach keinen Sinn solange an dem Helmholtzspulenstrom herumzudrehen bis die Amplitude minimal war, dann die Amplitude wieder durch Einstellen einer neuen Resonanzfrequenz zu vergrößern, um das Spiel beliebig oft zu wiederholen.

Da die Methode mit dem Kompass natürlich nur relativ ungenau ist, müssen wir davon ausgehen, dass die Störmagnetfelder einfach nicht richtig kompensiert sind. Nachdem unsere gemessenen Amplituden größer sind als in anderen Dokumenten angegeben ist es also sehr wahrscheinlich, dass dort die Ursache für unseren zu kleinen gyromagnetischen Faktor liegt.

7 Schluss

Zum Nachweis des Spins wird normalerweise der Stern-Gerlach-Versuch angeführt. Dabei Silberatome in ein inhomogenes Magnetfeld geschossen. Da die Silberatome einen Spin $\pm\frac{1}{2}$ besitzen (Bohrsches Atommodell), teilt sich der Strahl in 2 Strahlen auf (wenn kontinuierliche Spinwerte möglich wären würde der Strahl sich verbreitern).

Historisch gesehen wurde das Experiment von Einstein und de Haas vor dem von Stern und Gerlach durchgeführt (1915 bzw. 1922). Der EDH-Effekt läßt sich im Gegensatz zum Stern-Gerlach-Versuch mit relativ einfachen Mitteln demonstrieren, so dass es uns trotz der negativen Erfahrungen, die einige andere Projektgruppen mit der Realisierung gemacht haben, ohne größere Rückschläge gelungen ist den Effekt nachzuweisen. Es war uns jedoch in der Kürze der Zeit nicht möglich den gemessenen Wert von g dem tatsächlichen Wert anzunähern. Dazu müßten in einem Folgeprojekt beispielsweise noch folgende Verbesserungen durchgeführt werden:

- Aufbau des Experiments auf einem schwingungsfreien Tisch
- Automatisierung der Meßwertaufnahme, um Verfälschungen durch die Experimentatoren zu vermeiden
- Genauere Erfassung der Resonanzamplitude
- Platzierung von Spule und Stab im Vakuum, um den Einfluß der Luftschwingungen zu eliminieren
- Bessere Kompensation äußerer Magnetfelder

Im Rahmen der in der Quantenmechanik erforderlichen Meßgenauigkeiten ist dieses Experiment weniger geeignet, um deren Postulate zu verifizieren, da die maximale Genauigkeit auch bei professionellem Aufbau etwa 2% beträgt (vgl. [5]). Das Experiment zeigt jedoch sehr gut, dass quantenmechanische Phänomene auch im makroskopischen Bereich beobachtbar sind und beachtet werden müssen.

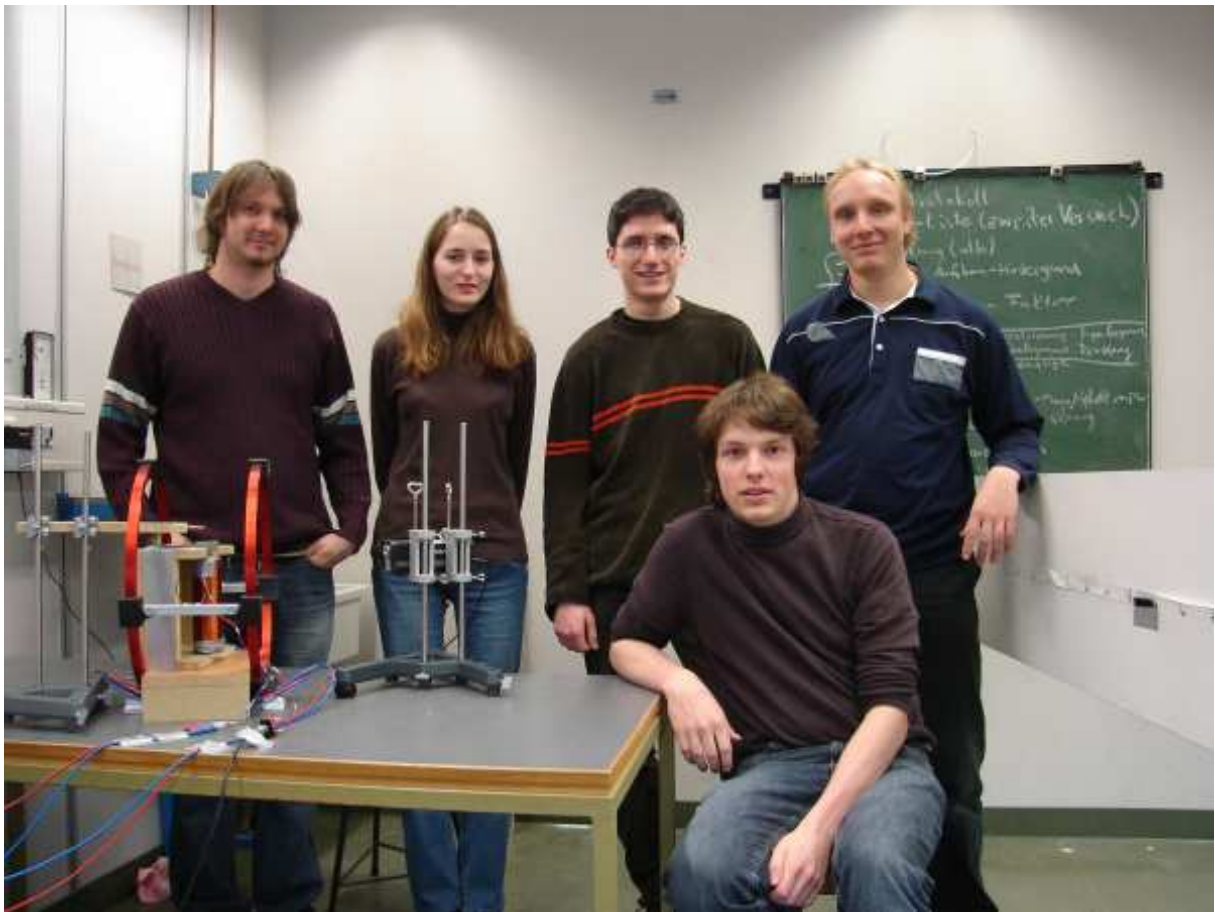


Abbildung 8: Die Projektpraktikumsgruppe 5 beim Versuchaufbau zum Einstein-de-Haas Effekt

Literatur

- [1] Gerthsen, 18. Auflage S. 393
- [2] <http://www.physik.tu-berlin.de/dschm/scri/edhaseff/>
- [3] <http://ssv.prp.physik.tu-darmstadt.de/schaefer/edh/>
- [4] Protokoll zum EDH-Effekt aus der Hörsaalvorbereitung von T. Lauckner (Uni Erlangen)
- [5] <http://de.wikipedia.org/wiki/Barnett-Effekt>